Philosophica 35, 1985 (1), pp. 5–20.

PRAKTISCHE UND THEORETISCHE MODALITATEN

Paul Lorenzen

In Begründungsfragen der Logik, speziell der Modallogik, herrscht noch immer das Paradigma der Hilbertschen "Grundlagen der Geometrie" vor.

Logikkalküle vom "Hilbert-Typ" sind dadurch gekennzeichnet, dass — nach Wahl undefinierter logischer Grundpartikeln — alle anderen logischen Partikeln explizit aus den Grundpartikeln definiert werden, und dass einige Formeln als "Axiome" unbegründet als logisch-wahr formuliert werden: alle anderen logisch-wahren Formeln sind aus diesen Axiomen nach den Schluss regeln des modus ponens (der nur die Subjunktion → als Partikel benutzt) abzuleiten.

Für die Junktoren- und Quantorenlogik ist dieses Paradigma seit Gentzen durch die adäquatere Methode der Sequenzenkalküle ins Wanken geraten. Als "natürliches Schliessen" behalten aber auch die Sequenzenkalküle noch ein Charakteristikum der Hilbertschen Geometrie bei: gewisse Grundpartikeln bleiben undefiniert (man beruft sich nur auf eine "Intuition", die durch Uebersetzungen in die jeweilige nationale Umgangssprache "vermittelt" wird) und auch die Schlussregeln werden nur "intuitiv" begründet — und deswegen „natürlich" genannt.

Nachdem Beth bemerkt hatte, dass die schnittfreien Sequenzenkalküle wesentlich einfacher zu handhaben sind, wenn man sie "upside-down" benutzt, ist durch die "dialogische" Logik eine *empraktische* Begründung der logischen Partikeln und ihrer Verwendung hinzugekommen, durch die die Junktoren- und Quantorenlogik unabhângig von bloss umgangssprachlich vermittelten Intuitionen geworden ist. Das Hilbertsche Paradigma ist durch diese — durchaus nicht "revolutionäre" — Entwicklung überflüssig geworden. Für die Modallogik ist dagegen das Begründungsproblem noch ungeklärt.

Im formalistischen Logikverständnis handelt es sich darum, die

Kalküle der Quantorenlogik durch logische Partikeln $\Box$. $\Diamond$ (oder in alternativer Notation, die schreibtechnisch einfacher ist und ausserdem die klassische Dualität sichtbar werden lässt: Δ, ∇) zu erweitern. Als intuitive Basis wird im Deutschen Δ als "notwendig", ∇ als "möglich" gelesen. Gleichwertig werden Uebersetzungen mit müssen (Δ) und können (∇) verwendet.

Ein Sonderproblem entsteht dadurch, dass auch eine deontische Interpretation (Δ = geboten, sollen) (∇ = erlaubt, dürfen) intuitiv "plausibel" erscheint. Schon bei Aristoteles findet sich als zusätzliche Schlussregel für Δ der Uebergang von Implikationen $A_1 \wedge \ldots \wedge A_m \prec A$ zu Implikationen $\Delta A_1 \wedge \ldots \wedge \Delta A_m \prec \Delta A$. Bei O. Becker (1952) wird stattdessen als Schlussregel die Linksmultiplikation

$$A \prec B \Rightarrow \Delta A \prec \Delta B$$

und als Axiom die Distributivität

$$\Delta(A \wedge B) \succ\!\prec \Delta A \wedge \Delta B$$

genommen.

Beschränkt man sich nicht auf Implikationen zwischen Modalformeln 1. Grades, sondern geht man zur "inhomogenen" Modallogik über, se legt das theophrastische Modelgefälle als weiteres Axiom nahe

$$\Delta A \prec A.$$

Diese Axiome ergeben mit der *Definition* von ∇ durch

$$\nabla A \leftrightharpoons \neg \Delta \neg A$$

als duale Regeln und Implikationen

$$\begin{array}{rcl} A \prec B & \Rightarrow & \nabla A \prec \nabla B \\ \nabla(A \vee B) & \succ\!\prec & \nabla A \vee \nabla B \\ A & \prec & \nabla A \end{array}$$

Als homogene Implikation folgt noch das selbstduale

$$\Delta A \prec \nabla A$$

Aufgrund der umgangssprachlichen — oder vielmehr bildungssprachlichen — Iteration der Modalitäten, z.B.: "was notwendig ist, muss notwendig sein" hat Lewis die Hinzunahme weiterer Axiome untersucht. Sein Axiom

$$(L)\ \Delta A < \Delta\Delta A$$

führt zu S 4.

Sein intuitiv sehr gewagtes Axiom

$$(L_r)\ \nabla\Delta A < \Delta A$$

führt zu S 5 (das aber, wie man mittlerweile weiss, eine modalfreie quantorenlogische Interpretation hat).

Auch diese Lewisschen Zusatzaxiome sind für ∇ dualisierbar. Betrachtet man die Interpretationsbemühungen von nicht-formalistisch eingestellten Autoren, z.B. O. Becker, Carnap, v. Wright, so fällt auf, dass die sprachlich vermittelten Intuitionen (sei es nun die Umgangssprache oder die Bildungssprache, auf die man sich als vermeintlich letztes Fundament bezieht) beides gestatten: Δ als Grundbetriff zu nehmen, aber auch ∇.

In der konstruktiven Wissenschaftstheorie ist bisher (vgl. BI 700) nur eine empraktische Begründung einer Modalität Δ gegeben: über eine Definition der Notwendigkeit relativ zu einem Gesetzeswissen. In unveröffentlichten Arbeiten hat J. Roetti gezeigt, dass eine empraktische Begründung auch für ∇ als Grundbegriff gegeben werden kann, ja dass ∇ als eine *praktische* Modalität so interpretiert werden kann, dass sie gegenüber Δ durch ihren unmittelbaren Praxisbezug ausgezeichnet ist. Δ erweist sich hierbei als der adäquate Grundbetriff nur dann, wenn man schon die Stufe der Bildung von Theorien erreicht hat, die zur Stützung der Praxis dienen.

Die Modallogik mit praktischen und theoretischen Modalitäten liefert dadurch einen Fall, an dem exemplarisch das Verhältnis von Praxis und praxisstützender Theorie verdeutlicht werden kann.

Die Interpretation von ∇ als einer "praktischen Möglichkeit" tritt gegenwärtig zumeist in existenzphilosophischen Kontexten auf, so z.B. schon bei O. Becker, der sich auf Heideggers Möglichkeit als Existenzial des Daseins beruft.

Während der klassischen Ontologie das faktisch Vorhandene als das Wirkliche vor der blossen Möglichkeit (als dem noch nicht Wirklichen) ausgezeichnet ist, sieht die Existenzphilosophie die Wirklichkeit des Menschen darin, dass er nicht auf seine Faktizität beschränkt ist, sondern dass er mehr kann als er ist. Mittlerweile, nachdem die existenzialistische Mode vorüber ist, ist wohl deutlich zu sehen, dass auch in der nüchternen kantischen Tradition (und von daher auch z.B. bei Hegel und bei Marx) der Mensch mehr kann als er bisher zustande gebracht hat, ja dass er mehr (z.B. mehr Gerechtigkeit) zustande bringen *soll.* "Du kannst, denn Du sollst" heisst es dazu ganz ohne existenzialistisches Pathos bei Kant.

Ohne auf die Irrungen und Wirrungen der anthropologischen oder gar theologischen Spekulationen bis in unser Jahrhundert einzugehen, ist leicht einzusehen, dass jede Bemühung (wie z.B. die der konstruktiven Wissenschaftstheorie), die das Theoretisieren der Menschen von der Praxis, vom Handeln her begründet, davon ausgehen sollte, dass der Mensch handeln *könne.*

Kann-Sätze werden also unabhängig von den nationalen Besonderheiten der sog. natürlichen Sprachen in eine "Orthosprache", die für Wissenschaftler zu konstruieren ist, einzuführen sein. Dass solche Kann-Sätze sinnvollerweise auch Bestandteil der Ortho-Theoriesprachen sein sollten, folgt daraus nicht.

In dieser Arbeit wird in § 1 die methodische Einführung von Kann-Sätzen untersucht (bis zum modallogischen quartum non datur) und in § 2 werden die theoretischen Modalitäten dann zur "Stützung" der praktischen Modalitäten eingeführt.

1. Kann-Sätze in einer Wissenschaftssprache

Aus den Grundlagen der Mathematik ist die Interpretation gewisser Behauptungssätze durch Kann-Sätze geläufig. Wer behauptet, dass eine Zahl n mit A (n) "existiert", der behauptet, er *könne* eine solche Zahl n hinschreiben — oder zumindest einen Term (eine Konstruktionsvorschrift) für eine solche Zahl. Im Anschluss an Wittgenstein hat darum der sog. Ultraintutionismus Folgerungen der Art gezogen, dass z. B. aus der Konstruierbarkeit von m und n nicht stets auf die Konstruierbarkeit von m^n geschlossen werden dürfe. In physikalistischer Karikatur wird daraus, dass für ein Zahlzeichen m = |||...| aus Kreidestrichen, das etwa schon mehr als die Hälfte des Kreidevorrats der (endlichen!) Welt verbraucht hat, noch nicht einmal 2 m als Zahlzeichen "existiert".

Im Brouwerschen Intuitionismus und im modernen Konstruktivismus wird auf dieses praktische Können keine Rücksicht genommen. Man geht vielmehr von der Konstruktionsregel

$n \Rightarrow n\,|$

aus, zu der "|" als Anfang genommen wird. Anschliessend wird nur untersucht, was "nach dieser Regel" konstruierbar ist. Die Konstruierbarkeit *nach Regeln* ist dabei nicht durch die Lebenszeit der Mathematiker, den Kreidevorrat oder ähnliches beschränkt, Z. B. wird die Potenz m^n durch Rekursion definiert — und der Beweis der (effektiven) Existenz von m^n mithilfe des Induktionsprinzips ist alles, was hier sinnvollerweise zur Verteidigung der Existenzbehauptung geboten ist.

Von A. A. Markow wurde diese Abstraktion von den praktischen Beschränkungen als die "Abstraktion der potentiellen Realisierbarkeit" bezeichnet. Dieser Ausdruck verleitet aber leider (vgl. z. B. W. Heitsch, Mathematik und Weltanschauung, Berlin 1978) dazu, auch von einer "Abstraktion der absoluten Realisierbarkeit" zu reden — und schon sieht es so aus, als ob es blosser Dogmatismus sei, wenn man die axiomatische Mengenlehre als dogmatisch kritisiert. Es scheint daher Vorsicht angebracht zu sein: beschränkt man sich auf die schlichten Behauptungen der konstruktiven Mathematik ohne bildungssprachliche Schnörkel (wie das aristotelische potentiell vs aktual), so bleibt die Beweislast für jede axiomatische Mengenlehre bei den Mengentheoretikern.

Für das eigentliche, nicht-mathematische Handeln (das also nicht nur mit Symbolen und sprachlichen Gegenständen handelt) spielen die Kann-Sätze eine andere Rolle.

Es sei hier unterstellt, dass schon elementare Teile einer Orthosprache so weit rekonstruiert sind (vgl. die "Rationale Grammatik" in BI 700), dass Tatsätze N π p ("N tut p") zur Verfügung stehen. In einer Lebenssituation gelte es nun, z. B. über einen Graben zu springen. Wer springt ? Nehmen wir an, dass einige springen, einige nicht. Durch Wiederholung dieser Situation lernt man von denjenigen, die gesprungen sind, zu sagen, dass sie springen *können*. Ein Sportlehrer findet leicht heraus, wer von seinen Schülern einen Hoch- oder Weitsprung *kann*, wer nicht. Beim Sprung vom 10m-Brett ins Wasser ist es schon schwieriger. Wenn keinerlei Kunstsprung verlangt wird, sondern nur das blosse Springen — egal wie — nun ja, dann *kann* (eigentlich) jeder springen, aber viele tun es trotzdem nicht. Schliessen wir Lernen durch Gewalt aus, so "können" es erfahrungsgemäss viele nicht. In psychologischer Differenzierung sagt man dann, dass sie nicht springen "mögen" oder nicht springen "wollen".

Ohne Psychologie bleibt es bei der alten Regel der kritischen Vernunft: wer behauptet, er könne springen, der springe (hic salta!).

Es sei hier darauf verzichtet, eine Symbolisierung für dieses praktische Können einzuführen. Wir normieren die Sprache vielmehr nur darauf, dass es nicht um die Ausführung oder Unterlassung einer Handlung geht, sondern um das "Erreichen" eines zukünftigen Sachverhaltes. Sachverhalte werden dabei durch Aussagen *dargestellt.* In der Obsternte geht es z. B. darum, wer den Apfel erreicht (wer sich hinreichend reckt — recken, reichen, richten, regieren sind etymologisch verwandt).

Wer behauptet, ein Sachverhalt A (z. B. Ich habe den Apfel) sei "erreichbar", der behauptet, er *könne* A erreichen.

Die Vernunft empfiehlt auch hier, so lange zu warten, bis A erreicht ist.

Aber ohne Planung, einschl. der Tatkraft, die bisher Unerreichtes zu erreichen sucht, wird — das ist analytisch-wahr — nichts Neues erreicht.

Für die Praxis der Planung empfiehlt es sich daher beim Reden über zukünftige Sachverhalte von ihrer "Erreichbarkeit" zu reden. Dieses Reden ist — wie hier angedeutet — empraktisch lehrbar: es wird in Handlungszusammenhängen (im Ernst des Lebens oder z. B. im Sport oder beim Äpfelpflücken) eingeübt.

Die Aussagen der Form "A ist erreichbar", wofür wir kürzer schreiben Err A, sind jeweils auf eine Person oder Personengruppe bezogen, die darüber berät, ob A erreicht werden soll oder nicht. Als Bedingungen einer solchen normativen Beratung ist allemal zu klären, ob denn überhaupt A erreicht werden kann, also ob Err A.

Trivialerweise empfiehlt es sich, für solche Beratungen in komplizierten Fällen aus sprachökonomischen Gründen zumindest einige Definitionen hinzunehmen. Ausgehend von Err A entstehen nämlich durch Hinzunahme der Negation Err $\neg$ A, $\neg$ Err A und $\neg$ Err $\neg$ A. Hierfür seien hier die folgenden deutschen Wörter vorgeschlagen:

$$\begin{array}{rll} \text{Verm} & \text{A (A ist vermeidbar)} & \leftrightharpoons \text{Err} \neg \text{A} \\ \text{Unerr} & \text{A (A ist unerreichbar)} & \leftrightharpoons \neg \text{Err A} \\ \text{Unverm} & \text{A (A ist unvermeidbar)} & \leftrightharpoons \neg \text{Err} \neg \text{A.} \end{array}$$

Für die Konjunktion von Err und Verm sei noch das Wort "Verfügbar" als Terminus (Verf) vorgeschlagen.

$$\text{Verf} \quad \text{A (A ist verfügbar)} \quad \leftrightharpoons \quad \text{Err A} \wedge \text{Verm A.}$$

Das Wort "erreichbar" wird im Deutschen häufig auch dann verwendet, wenn gar nicht A erreichbar ist, sondern nur die (theoretische, vgl. § 2) Möglichkeit von A, insbesondere eine positive Wahrscheinlichkeit. Z. B. wirbt etwa eine Lotterie damit, dass als Höchstgewinn eine Million "erreichbar" sei. Was man hier *kann* (und soll) ist aber nur, dass man sich ein Los kauft, der Rest is *unverfügbar*.

Das tertium non datur der klassischen Logik, angewendet auf die Konjunktion Verf A, liefert

$$\mathrm{Verf}\ A \vee \neg\ \mathrm{Verf}\ A,$$

also ein quartum non datur

$$\mathrm{Verf}\ A \vee \mathrm{Unerr}\ A \vee \mathrm{Unverm}\ A.$$

Als Konjunktion impliziert Verf selbständlich seine Konjunktionsglieder Err und Verm

$$\begin{tikzcd} & \mathrm{Verf} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \mathrm{Err} & & \mathrm{Verm} \end{tikzcd}$$

Das aus der (theoretischen) Modallogik bekannte Modalgefälle lässt den Leser vielleicht erwarten, dass die Unvermeidbarkeit die Erreichbarkeit impliziert. Das ist aber nicht der Fall: Unvermeidbarkeit und Unerreichbarkeit schliessen einander nicht aus. Jeder Zufallsgenerator, etwa mit den Resultaten 0 und 1, liefert ein Beispiel: die 1 ist weder erreichbar noch vermeidbar, also unerreichbar *und* unvermeidbar.

Damit ist zugleich gezeigt, dass für die Unvermeidbarkeit auch die Distributivität (der theoretischen Notwendigkeit) nicht gilt. Denn, selbstverständlich ist $A \wedge \neg A$ stets vermeidbar (es ist auch stets unerreichbar, weil es unmöglich ist), aber im obigen Fall sind sowohl A (die 1), wie $\neg A$ (die 0) unvermeidbar. Es scheint mir daher angebracht zu sein, für die praktischen Modalitäten (mit Err als Grundmodalität) überhaupt nicht von einer "Modallogik" zu sprechen. Es kommt ja zu den Implikationen, die *junktorenlogisch* aus den Definitionen von Verm, Verf usw. folgen, keine einzige Implikation hinzu.

Um dies deutlich zu machen, nehme man etwa P n (n ist eine Primzahl) als Grundaussagen und definiere

$$\begin{array}{ll} QN & \Leftrightarrow P(n+2) \\ Pn & \Leftrightarrow \neg Pn \\ QN & \Leftrightarrow \neg P(n+2) \\ Zn & \Leftrightarrow Pn \wedge Qn \end{array}$$

Ob es unendlich viele Primzahlzwillinge gibt (d.h. unendlich viele n mit Zn) wird durch diese Definitionen kein Problem einer "Zwillingslogik", sondern bleibt ein arithmetisches Problem. Alle Fragen der Erreichbarkeit, Verfügbarkeit usw. bleiben entsprechend praktische Fragen — und die Junktorenlogik ist für die Definitionen gut genug.

Erst die theoretischen Modalitäten gestatten — für gewisse Zwecke — die Rechtfertigung einer eigenen Modallogik.

2. Theoretische Modalitäten

Der Terminus "Gesetze" für generell-bedingte Aussagen (Alle P sind Q, Immer wenn A, dann B) ist aus dem politischen Bereich übernommen. Hier treten generell-bedingte Imperative auf: Wer betrogen hat, ersetze den Schaden! Jeder Erwerbstätige zahle Steuer! usw.

Unsere Gesetzbücher benutzen statt der Imperative die verschiedensten bildungssprachlichen Varianten, z. B. in § 249 des BGB: "Wer zum Schadenersatz *verpflichtet* ist, *hat* den Zustand *herzustellen*, der bestehen würde, wenn der zum Ersatz *verpflichtende Umstand* nicht eingetreten wäre".

Bei Normierung auf "sollen" wäre dieser Satz aus § 249 etwa so zu formulieren: "Wer den Schaden ersetzen *soll*, *soll* den Zustand herstellen, der bestehen würde, wenn die *Bedingung*, aufgrund der Ersatz geleistet werden *soll*, nicht erfüllt worden wäre."

Für die gegenwärtige Rechtspraxis ist eine solche Normierung kaum zu empfehlen, sie bleibt aber ein Desiderat der Rechtswissenschaft. Die Normierung lässt sich dadurch einen Schritt weiterführen, dass man die Soll-Sätze mit der Modalität "geboten" formuliert. Den Imperativ: "Stelle (den Sachverhalt) A her!" ersetzt man durch "A soll hergestellt werden" oder durch "es ist geboten, A herzustellen". Kürzer: "A ist geboten" und hierfür symbolisiert dann

$$\Delta!\, A$$

Entsprechend zu den vier von "Err" ausgehenden Definitionen lässt sich hier definieren

$$\Delta'!\, A \leftrightharpoons \Delta!\, \neg A$$
$$\nabla!\, A \leftrightharpoons \neg \Delta!\, \neg A$$
$$\nabla'!\, A \leftrightharpoons \neg \Delta!\, A$$
$$\mathrm{X}!\, A \leftrightharpoons \neg \Delta!\, \neg A \wedge \neg \Delta!\, A$$

Als deutsche Termini seien für diese deontischen Modalitäten vorgeschlagen :

$\Delta'!\, A$ (A ist verboten)
$\nabla!\, A$ (A ist unverboten)
$\nabla'!\, A$ (A ist ungeboten)
$\mathrm{X}!\, A$ (A ist erlaubt)

Häufig wird "erlaubt" auch im Sinne von "unverboten" verwendet. Für X wird dann "freigestellt" als Terminus gebraucht.

Das deontische quartum non datur erhält man jetzt aus dem tertium non datur $\mathrm{X}\,!\, A \vee \neg \mathrm{X}\,!\, A$, nämlich

$$\mathrm{X}\,!\, A \vee \Delta!\, A \vee \Delta'!\, A \qquad \text{(A ist erlaubt, geboten oder verboten)}$$

Soweit sind diese Entwicklungen der Deontik parallel zu den praktichen Modalitäten. Aber die deontische Grundmodalität, die Gebotenheit, ist kein Terminus, der wie die Erreichbarkeit (das Können) nur unmittelbar in Handlungszusammenhängen eingeübt wird. Imperative lernt man selbstverständlich auch nur empraktisch. Aber die Gebotenheit lässt sich dadurch definieren, dass man sich explizit auf ein System $!\,\Sigma$ von generell-bedingten Imperativen, auf einen Gesetzeskodex, bezieht. Befindet man sich in einer Situation S (die Situation S ist dargestellt durch Aussagen, aus denen folgt, welche Bedingungen eines Systems $!\,\Sigma$ von generell-bedingten Imperativen erfüllt sind), dann liefert $!\,\Sigma$ für S ein System $!\,T$ von unbedingten Imperativen. (Vgl. hierzu die ausführlichere Erörterung in BI 700.)

Für die Situation S wird relativ zu $!\,\Sigma$ durch $!\,T$ definierbar, wenn ein Sachverhalt A "geboten" ist

$$\Delta_{!T}\; !\, A \leftrightharpoons T < A.$$

Nach dieser Definition sind insbesondere alle Imperative von $!\,T$ selbst "geboten". So erklärt sich, warum der Gesetzgeber keine

Basis*imperative* formuliert, sondern seine Gesetze schon als Soll-Sätze (als Gebotenheiten) formuliert.

Jetzt zeigt sich aber auch, dass diese Definition von Δ ! zu einer "Modallogik" führt; weil es nämlich sinnvoll wird, nach den Implikationen zwischen Soll-Sätzen zu fragen, die gleichmässig relativ zu allen Situationen S und Gesetzeskodizes ! Σ gelten.

Weil nach den Implikationen gefragt wird, die unabhängig von dem jeweiligen ! T sind, empfiehlt es sich kurz "Δ ! A" anstelle von "$\Delta_{!T}$! A" zu schreiben.

Als Sätze über die logischen Implikationen T $<$ A ergeben sich dann sofort die Beckerschen Axiome der homogenen Modallogik

$$A < B \Rightarrow \Delta!\, A < \Delta!\, B$$

(d.h. wenn $A < B$, dann impliziert $T < A$ stets $T < B$)

und $\Delta!\,(A \wedge B) \asymp \Delta!\, A \wedge \Delta!\, B$

(d.h. $T < A \wedge B$ ist äquivalent mit $T < A$ und $T < B$).

Es ergibt sich auch des weitere homogene Axiom

$$\Delta!\, A < \nabla\!!\, A$$

(was geboten ist, ist unverboten)

aus der selbstverständlichen Forderung (an jeden Gesetzgeber), dass ein Gesetzeskodex für keine Situation etwas zugleich gebietet und verbietet.

Für die deontische Modallogik erhalten wir daher die klassische Implikationsfigur

$$\begin{tikzcd}
\Delta! \arrow[dd] & & \Delta'! \arrow[dd] \\
& ⧖\,! \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\nabla! & & \nabla'!
\end{tikzcd}$$

Für die inhomogene Modallogik findet man dagegen in der Deontik kein Modell (es sei denn durch die unnütze Fiktion absolut gesetzestreuer Untertanen).

Die sog, ontische Modallogik bezieht sich im wichtigsten Falle nicht auf das, was ist, sondern auf das, was *sein wird.* Sie kann daher auch futurische oder mellontische Modallogik genannt werden.

Diese Modallogik lässt sich aus unserer technischen Praxis begründen. Vortheoretisch arbeitet man in der Technik mit "Erfahrungsregeln", von Kant "Klugheitsregeln" genannt: man hat sich für einen Zweck (die Herstellung eines Dinges, allgemeiner: eines Sachverhalts) entschieden und erhält nun den Rat, in der gegebenen Situation S_O zur Erreichung des Zweckes (also eines Sachverhalts A) dies oder jenes zu tun. Die durch Erfahrung belehrte Klugheit empfiehlt, als *Wirkung* der angeratenen Tat in der Situation S_O die Erreichung von A zu *erwarten*. Die Situation S_O werde durch die angeratene Tat in die Situation S überführt. Die Erfahrung (= Klugheit) empfiehlt, in der neuen Situation S (ohne weiteres Zutun) die Erreichung von A zu erwarten. Die Wissenschaft erhebt solche "Empfehlungen" zu begründeten Geboten: in Situationen S soll(te) jeder die Erreichung von A erwarten. Ueblicherweise wird dieses Gebot als ein prognostisches Gesetz formuliert. "Wenn S besteht, dann wird A sein". Die Wissenschaft produziert ein "Wissen", das solche Prognosen impliziert.

Es dürfte aber deutlich sein, dass die neue Terminologie, die aus den Klugheitsregeln "prognostische Gesetze", ein "nomologisches Wissen" macht, nichts daran ändert, dass auch keine Wissenschaft etwas anderes kann, als Erwartungsgebote (wenn S, dann erwarte A !) aufzustellen. Die Wissenschaft ist allerdings eine Veranstaltung, die ihre Erwartungsgebote systematisch begründet (statt der blossen Erfahrung der Praxis).

Besonderes irreführend ist der Ausdruck "Naturgesetze" für Erwartungsgebote, weil er "die Natur" als Gesetzgeberin suggeriert. Dadurch wird der Zusammenhang der Erwartungsgebote mit unserer technischen Praxis zerstört. Es entsteht der Eindruck, als ob es Gesetze der Natur wie — in der Theologie — den Willen Gottes gäbe, als ob also unabhängig von unserer Technik ein Grund bestünde, solche Gesetzmässigkeiten der Natur zu erforschen. Immer wieder wird in dieser Diskussion um die Entideologisierung (die Entmythisierung) der Physik ausgerechnet die Astronomie, also ein Stück *Naturgeschichte* — der gestirnte Himmel über uns — angeführt, als ob man den Himmel (nach erfolgter Reduktion der Physik auf unser technisches Interesse) nicht noch genau so anstaunen könnte, wie etwa den jedes Jahr wiederkehrenden Frühling. Das kann hier nicht zu Ende diskutiert werden. Für die Modallogik hat jedenfalls die technische Interpretation der Naturwissenschaften als eines Systems von Erwartungsgeboten, den Vorteil dass sich die "Notwendigkeit", die sich auf "Naturgesetze" bezieht, sofort als ein Spezialfall der deontischen Gebotenheit ergibt: für die Wissenschaft, für die Theorie, ist es nicht geboten, Sachverhalte herzustellen, sondern zu erwarten.

$$S \to {*A}$$

sei als Symbolisierung für den Imperativ: "Wenn S, dann erwarte A !" vorgeschlagen.

Statt der prognostischen Gesetze (oder Hypothesen, wie man neuerdings gern sagt) haben wir es also in den Wissenschaften mit einem System $*\Sigma$ von (generell-bedingten). Erwartungsimperativen zu tun. Wenn die Situation S hergestellt ist, dann folgt aus den Aussagen, die S darstellen, welche Bedingungen eines Systems $*\Sigma$ von generell-bedingten Erwartungsimperativen erfüllt sind, und damit ein System $*T$ von unbedingten Erwartungsimperativen.

Durch

$$\Delta_{*T} {*A} \leftrightharpoons T \prec A$$

wird die relative "Notwendigkeit" (Erwartungsgebotenheit) von A definiert. Alle Theoreme der deontischen Modallogik gelten auch hier, wenn man wieder nach den Implikationen fragt, die gleichmässig relativ zu allen Situationen S und allen Gesetzeswissen $*\Sigma$, d. h. gleichmässig für alle $*T$, gelten. Wir schreiben für diese mellontiche Modallogik

$\Delta {*A}$ anstelle von $\Delta_{*T} {*A}$

Die Mellontik ist die Deontik der Erwartungen. Mit Negation und Konjunktion erhalten wir die weiteren vier Modalitäten

$\Delta' {*A}$	$\leftrightharpoons A * \neg A$	(erwartungsverboten)
$\nabla' A$	$\leftrightharpoons \neg \Delta * \neg A$	(erwartungsunverboten)
$\nabla' {*A}$	$\leftrightharpoons \neg \Delta * A$	(erwartungsungeboten)
$\Sigma * A$	$\leftrightharpoons \neg \Delta * \neg A \wedge \neg \Delta *A$	(erwartungserlaubt)

Ueblicherweise lässt man das Erwartungszeichen * weg und benutzt als Ueberzetzungen im Deutschen

Δ notwendig
Δ' unmöglich
∇ möglich
∇' negativ möglich (unnotwendig)
Ξ kontingent

Ersichtlich ist diese Terminologie so zustande gekommen, dass ∇ (möglich) wie "erreichbar" ("mögen" im Sinne von "vermögen", "können") als Grundbegriff empfunden wird — und ausserdem Δ mit der sog. Notwendigkeit von Bedingungen verwechselt wird. Um einen Zweck zu erreichen, sind gewisse Mittel *nötig*, gewisse *Bedingungen* sind zu erfüllen. Das sind Bedingungen im Sinne einer conditio sine qua non — hierfür würde das Wort "Bedingung" ohne jeden weiteren Zusatz genügen. Nur weil bei Bedingungen, die im rechtlichen Bereich gesetzt werden ("bedingen" kommt von "Ding" = Rechtssache), so häufig Ausnahmen gemacht werden, zeichnet man "unvermeidbare" (zwingende, nötige) Bedingungen eigens aus. Nennt man allerdings jede Prämisse einer Behauptung eine "Bedingung", dann ist Konfusion nicht zu vermeiden. Bei strengerem Sprachgebrauch ist ein "hinreichendes" System von Bedingungen (d. h. von Implikaten der Aussage), dessen Konjunktion mit der Aussage äquivalent ist. Aufgrund der Definition von Δ relativ zu einem Gesetzeswissen, wären Wörter wie "gesetzmässig" (sogar "naturgesetzlich") oder "zwangsläufig" (weil die Gesetze Verlaufgesetze sind, die das zwanghafte Erreichen — ohne unser Zutun — von Sachverhalten prognostizieren) eine angemessenere Uebersetzung von Δ als das traditionelle "notwendig". Solche Uebersetzungsfragen sind allerdings nicht Gegenstand der Modallogik: sie sind Gegenstand der Hermeneutik.

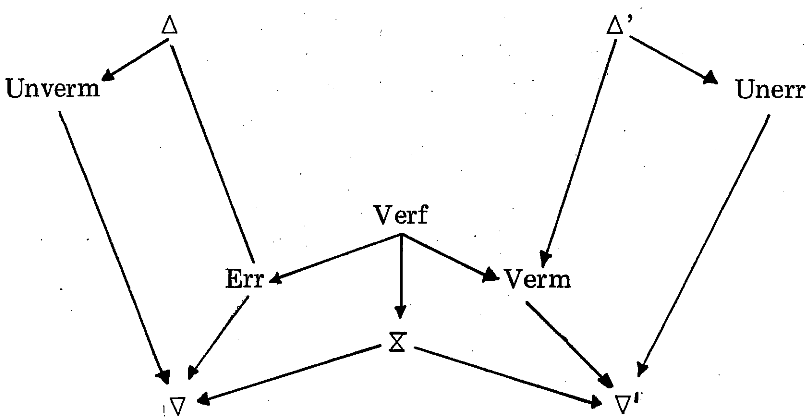
Es bleibt jetzt zu klären, wie sich die praktischen Modalitäten in die klassische Implikationsfigur der theoretischen Modalitäten einordnen lassen. Es geht dabei darum, für die problematischen Fälle, in denen über die Erreichbarkeit eines Sachverhalts nicht durch einen einfachen Versuch (hic salta !) entschieden werden kann, die Wissenschaften (Theorien) zur Stützung des Praxis, insbesondere längerfristiger Planungen nutzbar zu machen.

Trivial ist der Zusammenhang von Δ (Zwangsläufigkeit) und Err (Erreichbarkeit). Ein Sachverhalt, der sich — nach unserem besten Wissen — zwangsläufig herstellen wird, um dessen Erreichbarkeit brauchen wir uns keine Sorgen zu machen. Hier ist es geboten zu erwarten, dass der Sachverhalt ohne unser Zutun erreicht wird:

es ist also trivialerweise erreichbar. Δ impliziert Err.

Wichtiger ist die Forderung, nur das für erreichbar zu halten, was (theoretisch) möglich ist, d. h. was zu erwarten durch kein Wissen verboten ist. Weiss man (d. h. meint man zu wissen), dass die Negation $\neg$ A eines Sachverhalts A sich *zwangsläufig* herstellen wird, dann wird man — vernünftigerweise — nicht versuchen, A zu erreichen. Anders formuliert: wäre A (durch geeignete Handlungen) erreichbar, dann wäre $\neg$ A nicht zwangsläufig, es wäre also A "möglich". Die Erreichbarkeit impliziert die Möglichkeit (Erwartungsunverbotenheit): Err $<$ ∇. Die Stützung der Praxis durch Theorie geschieht also durch die beiden Implikationen Δ $<$ Err $<$ ∇. Gewissermassen wird hier "Err" eingespannt zwischen die theoretischen Stützen Δ und ∇.

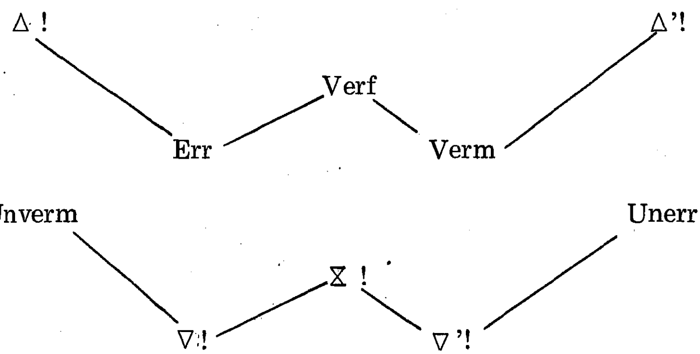
Aus diesen Implikationen folgt aufgrund der Definitionen der übrigen Modalitäten insgesamt:



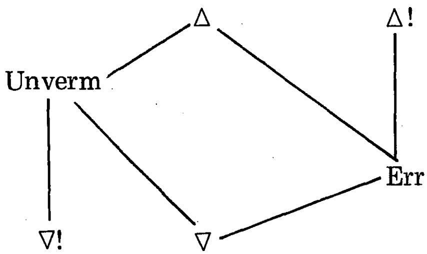
Die Einordnung der praktischen Modalitäten in die Deontik der ethisch-politischen Normen ist gesondert zu behandeln. Geht es in einer Beratung darum, ob man versuchen sollte, einen Sachverhalt A zu erreichen, so wird man zunächst seine technische Vernunft anstrengen, um herauszubekommen, ob A denn überhaupt möglich ist. Angenommen A sei in dem Sinne möglich, dass man sogar eine Wahrscheinlichkeit für A abschätzen kann, etwa zwischen 0,6 und 0.7. A ist dann nicht "erreichbar" (weil $\neg$ A ja mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 bis 0,4 "unvermeidbar" ist) — aber das Risiko möchte sich lohnen. Vorausgesetzt ist dabei, dass die Herstellung von A überhaupt geboten oder zumindest erlaubt ist. Diese rechtliche, allgemeiner: ethisch-politische Frage hat stets Vorrang vor der technischen Frage. "Nicht alles was machbar ist, ist auch wünschenswert" in dieser Formulierung wird gegenwärtig von jedem Politiker, der etwas auf sich hält, vor den Technokraten gewarnt (Kardinäle verwenden "erlaubt" statt "wünschenswert"). Gemeint ist, dass der Schluss von Err auf ∇ ! nicht gilt: non sequitur. Es ist eine Verschärfung des üblichen non sequitur, dass nämlich ∇ (die Möglichkeit) ∇ ! (die Gebotenheit oder Erlaubtheit) nicht impliziert. Entsprechend ist auch Verf $<$ ⧖ ! ungültig. Schliesslich lässt sich noch die berühmte Implikation Δ ! $<$ ∇ (Sollen impliziert Können) verschärfen zu: Δ ! impliziert Err. In kontraponierter Form "Unerr $<$ $\neg$ Δ !" ist das die alte römische Rechtsformel: ultra posse nemo obligatur. Die Begründung dieser Implikation liegt im Richterrecht: der Richter soll niemanden wegen der Ausführung bzw. Unterlassung einer Handlung verurteilen, die (für diese Person in ihrer Situation) nicht unterlassen bzw. ausgeführt werden *konnte*.

Diese Forderung geht dann auch an den Gesetzgeber, gewissermassen als eine überpositive Verfassungsnorm: er soll keine Gesetze machen, die Unerreichbares gebieten.

Für die Deontik zerfällt die obige Implikationsfigur daher in zwei Figuren



Für die 6 affirmativen Modalitäten (praktisch, mellontisch und deontisch) ergibt sich insgesamt aus den Oben begründeten Festsetzungen Δ v Δ! $<$ Err $<$ ∇ durch Kontrapositionen die folgende Figur



Alle weiteren Implikationen zwischen den übrigen Modalitäten folgen durch blosse Substitutionen ($\neg$ A statt A) und aus den Definitionen von Verf, ⧖, ⧖ ! als Konjunktionen. Selbstverständlich ist hier aber stets die klassische Logik benutzt, die effektive Modallogik ist komplizierter.

Universität Erlangen