

SUR UNE JUSTIFICATION DE L'ABSTRAIT ET DU FORMEL

A. Phalet

On ne s'excuse pas de penser, mais on explique sa manière de penser et la pensée rationnelle est une pensée qui nécessite cette explication. Il se peut toutefois qu'un mode de penser paraisse gratuit, voire nuisible, par le biais d'une opinion illuminée par sa propre suffisance ou assise sur une idéologie d'un immobilisme clair et implacable. En tous cas une justification d'une forme de pensée ne peut être qu'une explication. Car au-delà de celle-ci s'étend le chaos des interdictions et des anathèmes issus des dépassements de l'intelligence par la bonne volonté.

Ce point de vue s'allie à une certaine conception du processus scientifique pris dans son ensemble. En effet, nous nous proposons de démontrer d'une manière générale, que la rationalité se manifeste dans la science par une pensée essentiellement explicative. Une justification étant simultanément un produit de la pensée rationnelle et une explication réalisera progressivement son intégration dans la pensée scientifique qu'elle projetait de justifier. Une justification aboutit à un perfectionnement au niveau de la systématisation et à un élargissement de l'arsenal conceptuel de la théorie scientifique qui est l'objet de ses préoccupations. Cela signifie qu'on justifie en perfectionnant.

On objectera que la justification est non seulement une explication, mais qu'elle implique en premier lieu une référence à un domaine de valeurs. En plus, l'objet de son explication n'est certainement pas le même que celui visé par la théorie scientifique en question.

L'insolubilité apparente de ces problèmes est symptomatique pour la complexité inhérente à la conception d'une justification de la science. Aussi esquisserons-nous la structure d'un contexte qui nous permettra de les aborder. La notion fondamentale de ce contexte est

la notion de rationalité qui engendre, non pas la problématique comme telle, mais la forme spécifique qu'elle revêt dans notre analyse. Nous verrons que cette forme s'explique partant de l'idée, qui n'est pas sans poser de problèmes elle-même, que seul le rationnel est justifiable et qu'une justification ne peut être que rationnelle.

La gratuité d'un mode de penser se démontre par son caractère arbitraire. Or toute attitude acceptant l'arbitraire comme principe directeur d'un mode d'action est irrationnelle. En effet, la rationalité croît par l'exclusion de l'arbitraire¹, qui par sa nature même est hors de la portée de toute tentative de justification. Un degré faible de rationalité s'expliquera dès lors par la présence d'un grand nombre d'éléments arbitraires. Un tel élément étant interchangeable avec d'autres sera donc responsable de la possibilité de manipuler un système de pensées tel que la science. Celle-ci ne désavouera pas le "J'accuse" émanant de la tribune idéologique et visant cette manipulation qui porte préjudice à son caractère de science, c'est-à-dire à son essence même.

Supposons que nous avons démontré le caractère explicatif de la pensée rationnelle et scientifique. Sous la forme particulière de réflexion rationnelle cette pensée pose le problème de sa méthodologie et donc, en fin de compte, de son caractère explicatif lui-même. En tant que rationnelle une pensée scientifique sera une pensée qui pose elle-même continuellement le problème de sa propre justification, si une telle forme de pensée se trouvera être non seulement explicative, mais aussi nécessairement réflexive. Il nous faudra donc démontrer également que la rationalité implique la réflexion. Il s'ensuit que le mode de penser qui refuse l'explication trahit ainsi sa propension à l'irrationnel.

Reconnaissons le bien-fondé de la première objection suivant laquelle une justification contient une référence à une valeur ou un système de valeurs.

Si cette référence est le résultat d'une démarche de la pensée rationnelle, elle est nécessairement unique² — une compréhension claire des principes de cet exposé exige la suppression provisoire du caractère "défectif" des phénomènes réels : la rationalité n'est jamais réalisée d'une manière absolue; il n'y a qu'une pensée qui se veut rationnelle et qui est plus ou moins rationnelle; il s'agit en effet de la structure d'un contexte. Comme nous nous proposons de démontrer que la rationalité implique la réflexion, cette référence est, en plus, accessible à l'action explicative de la réflexion. Ainsi la justification qu'on appellera à juste titre rationnelle réfère à la rationalité comme seule valeur constante. En outre, la rationalité elle-même nous force, par la réflexion, à expliquer cette référence à la rationalité.

Si nous démontrons par une explication unique l'unicité de cette référence, nous serons en droit de considérer la justification rationnelle comme une justification justifiée. L'explication de l'unicité de la référence est une démonstration du fait que l'objet de notre justification est une réalisation de la pensée rationnelle et d'elle seule. D'autre part, l'unicité de cette explication est une réalisation de l'unicité de la pensée rationnelle.

La notion de justification justifiée n'a de sens que dans une optique rationnelle qui n'accepte aucune explication, ayant une ou plusieurs alternatives, comme définitive. En effet, le définitif ne peut en aucun cas coïncider avec l'arbitraire. Remarquons qu'une justification pragmatique, par exemple, sera tout aussi justifiée si elle réfère à la valeur d'utilité au nom de la rationalité qui reste donc la valeur ultime.

Mais, dira-t-on, vous ne pouvez nier que le choix de la valeur ultime est irrationnelle et donc arbitraire. Car la justification d'une valeur ultime ne pourrait se faire au nom d'une autre valeur. Or, si nous prenons en considérations la possibilité que notre choix pour la rationalité puisse être un acte irrationnel, nous reconnaissons qu'il ne faut point exclure l'arbitraire comme composant fondamental de la pensée.

Choisir la rationalité comme valeur ultime signifie l'introduction de la notion et de la possibilité de la justification. Car l'arbitraire qui surgit du décroissement ou dans l'absence du rationnel et qui est la substance de toute forme d'autorité élimine les possibilités d'explication et de justification. Or ce choix ultime pour la rationalité se situe à un niveau où, en principe, les notions de justification et d'explication sont inexistantes, puisqu'elles sont l'apanage de la rationalité. Nous disons qu'il en est ainsi en principe, car, dès qu'on a choisi pour la rationalité, celle-ci nous oblige à considérer ce choix à la lumière de la réflexion rationnelle, qui exige une démonstration de la nécessité pour toute justification de faire appel à la seule rationalité comme valeur ultime. L'assise de cette démonstration est la description de la rationalité comme garantie de la libre pratique de la réflexion. En effet, la pensée rationnelle refuse de recourir à l'autorité et se prive ainsi de moyens de contrainte. Ainsi, une logique qui entrave la marche de la réflexion est irrationnelle. Ce cas n'est point aussi illusoire qu'il pourrait paraître à première vue. Pour le moment le témoignage de Cavalieri, qui affirma que la rigueur logique est affaire de la philosophie et non de la géométrie, nous suffira.

Mais voyons ce qui se passe lorsqu'on remplace la rationalité comme valeur ultime par une autre valeur V comme, par exemple,

l'utilité sociale ou la survie. A l'encontre de la première cette valeur V ne se mettra pas en cause elle-même : ni l'utilité sociale, ni la survie posent elles-mêmes le problème de leur propre nécessité, ce qui ne signifie point qu'elles ne seraient pas nécessaires. Mais en l'absence de toute exigence de justification on introduit, en même temps que la valeur V, le principe de l'autorité et donc l'arbitraire. Et par sa seule présence ce dernier engendre le conflit; il est donc responsable du caractère destructif, voire autodestructif, de toute valeur V. En effet, d'autorité, c'est-à-dire au nom de l'arbitraire, V se proclame valeur ultime au détriment des autres. Ainsi V ne peut être l'ultime recours de la justification. Car à mesure que la valeur V fait appel à l'arbitraire, ou plutôt à la réalisation de celui-ci dans le principe de l'autorité, elle élimine la possibilité de justifier. D'autre part ce principe est indifférent au caractère de la valeur qu'il impose, exception faite pour la rationalité qui précisément exclue l'arbitraire. En raison de cette indifférence l'arbitraire est l'assise du pluralisme qui est introduit en vue d'éliminer le conflit dont nous parlions plus haut. C'est-à-dire que le pluralisme exige pour sa réalisation un contexte irrationnel. Il n'élimine point cet irrationnel, mais effectue un partage équitable de l'arbitraire entre les différentes valeurs engagées dans le conflit.

Ainsi le pluralisme semble attribuer à chacun le droit de se soumettre à l'autorité de son propre choix. Aussi pourrait-on dire qu'il garantit la libre pratique de la soumission. Mais ce pluralisme réalise-t-il vraiment une synthèse de l'irrationnel et du libre comme il semble suggérer intuitivement ?

L'arbitraire est la caractéristique principale des manifestations de l'irrationnel et l'autorité est le moule de l'arbitraire. Ce dernier s'impose donc par la contrainte. Dans ce contexte l'homme apparaît comme un faisceau de contraintes qui ne pourrait amorcer un acte libre. Car ces contraintes semblent déterminer l'état présent et futur de l'être qui les subit.

Essayons d'introduire dans cette situation un élément d'indétermination par la supposition de l'existence d'une classe K de contraintes remplaçables. Ainsi, lorsque la contrainte C appartient à la classe K et C' est plus forte que C, alors C' peut remplacer C. Mettons que C' n'appartienne pas à la classe K. Alors, si l'anéantissement est le dénouement inéluctable de l'histoire d'un être. C'est une contrainte fatale causant la destruction de cet être.

Il est clair que l'augmentation du nombre d'éléments de la classe K de contraintes admettant la substitution a pour effet de diminuer les risques de destruction pour l'être H en question. En fait, par notre supposition concernant la classe K — supposition qui eut comme

effet l'introduction d'une forme faible d'indéterminisme — nous avons accordé à cet être H un certain pouvoir d'adaptation. Cette notion d'adaptation rejoindra celle étudiée dans la théorie générale des systèmes³ par le biais d'une notion spécifique d'organisation qui permettra de déterminer comment s'effectue ce que nous avons décrit comme une forme de substitution.

Désignons l'adaptation au niveau d'une définition formelle de H par un composant $C(x)$, x étant une variable pour le contenu de la contrainte. Mais comme C , représentant la forme de contrainte — C fait partie de la définition de H considéré comme un faisceau de contraintes — est une constante, C ne peut exprimer la variabilité de la force des contraintes. Cette force dépend donc du contenu de la contrainte. Considérons donc $C(x,v)$, v étant une variable pour la force d'une contrainte. Cette modification élève H au rang de l'être capable d'organiser sa propre adaptation. Mais la conception d'un être muni d'un pouvoir illimité d'auto-organisation est le résultat de l'introduction non justifiée d'un facteur de liberté : on attribue à H le pouvoir d'effectuer lui-même à sa guise les substitutions de v .

Au lieu d'une seule classe K nous considérons une collection de telles classes : K, K', \dots . Lorsque H subit une contrainte C de force f et aucun élément de K possède une force plus grande que f , H évitera la catastrophe en choisissant une nouvelle classe de substitution K' possédant un élément dont la force surpasse f . Ainsi on obtient un effet comparable au résultat de la substitution dans $C(x,v)$ d'une force moins importante f' à v : au lieu de considérer la contrainte fatale $C(x,f)$ on considère la contrainte remplaçable $C(x,f')$.

Rappelons que nous visons à définir les conditions requises en vue d'introduire une certaine forme d'indétermination dans le comportement de H. Par la considération d'une classe K de contraintes remplaçables, nous avons fait dévier H du déterminisme rectiligne. La donnée d'une collection de classes telles que K confère à H le pouvoir de différer son retour à ce déterminisme.

Investissons H du pouvoir d'auto-organisation. Alors le choix d'une certaine classe K' ne peut pas être l'effet d'une contrainte (qui diffère d'une détermination par le caractère arbitraire que peut revêtir son contenu). En effet dans ce cas H serait un être tout au plus adaptatif, ce qui est exclu par notre point de départ. Mais on ne saurait nier que ce choix résulte d'une détermination.

Supposons maintenant que H se comporte comme un être auto-organisateur. Alors, s'il y a un élément K'' de la collection donnée qui apporte une solution au problème de H et celui-ci choisit K' qui n'en donne aucune, H se comporte tout au plus comme un être adaptatif ce qui est impossible vu notre supposition.

Admettons en troisième lieu que le choix pour K' soit déterminé par l'information dont H dispose. Cela implique que H a une connaissance de son propre système dans son contour général et dans ses particularités. En effet, pour pouvoir choisir, H doit connaître et la composition de la collection de classes K, K', \dots qui est l'expression de sa capacité auto-organisatrice et la composition de la classe choisie qui exprime une organisation adaptative. Le choix de H est donc déterminé par cette information dont nous avons supposé implicitement qu'elle est complète. Tout choix qui ne repose pas sur elle, réduit le comportement de H à celui d'un être dont l'action se situe à un niveau différent. Or nous avons supposé que H agit de son plein pouvoir auto-organisateur. On peut donc dire que l'action de H est déterminée complètement partant de cette information. Alors, H est-il libre ? Si "cette liberté est transcendentale, c'est-à-dire qu'elle est invisible dans le monde de l'expérience"⁴, pourquoi pas ? Eh bien, non, parce que cette affirmation n'est pas gratuite, mais se rallie à la conception de Schopenhauer, par exemple, selon laquelle tout ce que H fait découle naturellement de ce qu'il est; ainsi il ne fait ce qu'il veut, et pourtant, il agit toujours nécessairement⁵, et Kant précise "que peut donc être la liberté de la volonté, sinon une autonomie, c'est-à-dire une propriété qu'a la volonté d'être à elle-même une loi ?" Mais H se comporte comme un être auto-organisateur, non pas parce qu'il le veut, mais parce que nous l'y obligeons par notre supposition. En plus, une donnée du problème de la liberté de H est fautive : l'information dont H dispose ne peut pas être complète, comme le démontrent certains théorèmes de la métamathématique, dont celui de Gödel fut le premier⁷. Ainsi, pour que H puisse contrôler la validité de sa connaissance et de son acquisition, il faut que H soit en possession de moyens d'actions qui surpassent ceux décrits par cette connaissance.

La résolution du problème de cette validité n'est en fait qu'une transition à un nouveau problème : celui de la validité des moyens de contrôle. Ainsi G. Gentzen démontra la consistance de la théorie des nombres naturels ou arithmétique en employant l'induction transfinie qui ne joue aucun rôle dans cette théorie⁸. Il essaya de se justifier et de démontrer que ce moyen de démonstration offre plus de certitude que la notion critique d'infini actuel appartenant à la théorie des nombres⁹.

A première vue le problème de la liberté de H se pose de la manière suivante. Les moyens de contrôle — dans le cas de Gentzen une démonstration de consistance faisant appel au procédé d'induction transfinie — déterminent le contenu de l'information dont H dispose. Celle-ci, à son tour, détermine le comportement de

H. Donc ce comportement se réalise dans l'incertitude engendrée par l'impossibilité apparante de décider du bien fondé des moyens de contrôle, qui sont eux-mêmes un aspect de ce comportement, et, par conséquence, de la validité de la connaissance. Le principe des moyens de contrôle de H dessine le contour de ce que H devient par cette connaissance. La caractéristique fondamentale de ce contour est l'incertitude. Dans une optique existentialiste et littéraire cela s'exprime comme suit : "Dans l'angoisse, nous ne saisissons pas simplement le fait que les possibles que nous projetons sont perpétuellement rongés par notre liberté à venir, nous appréhendons en outre notre choix, c'est-à-dire nous-mêmes, comme injus tifiable,..."¹⁰. Nous sommes libres de nous choisir nous-mêmes par l'incertitude inhérente à notre projet de nous-même : "la liberté coïncide en son fond avec le néant qui est au coeur de l'homme"¹¹. La conception philosophiquement tragique de la liberté comme néant d'être du pour-soi semble, à première vue, répétons-le, jaillir d'une incongruité, un scandale de la magistrature pensante, qui admettrait une analyse exacte au niveau de la métamathématique.

Mais on remarquera que rien n'empêche de concevoir une théorie des nombres complète, par exemple celle proposée par Myhill¹². Alors, pourquoi irait-on interdire à H toute aspiration à une information complète ? Il est vrai que la théorie de Myhill est beaucoup plus restreinte que la théorie classique. Mais on pourrait être de l'avis de Myhill qui rejette comme non-sens les conceptions et théorèmes propres à la théorie classique, "parce qu'ils appartiennent à une région qui est hors d'atteinte du système central nerveux de l'homme qui est sujet aux limitations d'une machine de Turing"¹³. Pour ajouter ce non-sens à la théorie de Myhill il suffit d'introduire la négation dans cette théorie. Ainsi la négation est la cause de l'incomplétude de la théorie classique des nombres. Dans la métaphysique de Sartre la négation apparaît également comme "un événement original et irréductible"¹⁴ par lequel se manifeste l'être du pour-soi¹⁵. Celui-ci peut réaliser, par le non, une rupture néantissante avec le monde et avec soi-même¹⁶. Par l'introduction de la négation dans la théorie des nombres on admet la considération d'ensembles qui ne peuvent être ni construits ni énumérés par une machine et qui sont donc hors de la portée, comme s'exprime Myhill, de notre système central nerveux. Ainsi, en considérant ces ensembles, on réaliserait une rupture avec soi-même. En effet, du point de vue de la mémoire, l'homme n'est même pas une machine de Turing qui, elle, dispose d'une bande potentiellement infinie sur laquelle s'accumulent progressivement les données et les résultats des manipulations de ces données par la machine. Mais l'intégration dans

la connaissance de conceptions qui ne se laissent point manier par la machine, a nécessairement comme conséquence une rupture entre la connaissance et son objet, en l'occurrence la machine et son environnement. Une connaissance constructive n'admette pas une telle rupture d'où jaillissent les "divagations" de la métaphysique. La caractéristique fondamentale de telle connaissance se manifestera par la possibilité qu'aurait, en principe, un être, ayant une connaissance complète de soi-même, de se reproduire soi-même. La connaissance d'une machine serait ni constructive ni complète, si elle n'impliquait l'existence d'un programme pour la réalisation de cette machine. On dispose, en outre de la description originale de von Neumann¹⁷, d'une théorie mathématique de l'auto-reproduction¹⁸. Or il s'agit dans ces deux cas de l'auto-reproduction d'automates, comme la machine de Turing, qui disposent d'office de leur propre programme qui est un programme d'automate auto-reproducteur en possession de son programme. Mais pour l'homme la connaissance de son propre programme, de soi-même, n'est pas une donnée, mais un acquis. Dès lors la démonstration de la constructivité de la connaissance de l'homme exigera une deuxième théorie mathématique de l'auto-reproduction : celle d'un être qui acquiert par sa connaissance le pouvoir de se reproduire et se reproduit enfin comme un être qui par sa connaissance acquiert, à un certain moment, le pouvoir de se reproduire. A l'encontre de la première théorie la seconde prendra en considération des automates qui sont en communication avec leur environnement. Si l'influence de ce dernier ne peut faire échouer la reproduction, l'homme sera libre dans notre première acceptation de ce terme, qui est celle de Kant : "la liberté serait la propriété qu'aurait cette causalité" (de la connaissance constructive) "d'agir indépendamment de toute cause déterminante étrangère"¹⁹.

Une action "libre" exige donc qu'on ait à sa disposition une connaissance constructive complète. Un acte non libre peut à chaque instant prendre une tournure inattendue. C'est là qu'apparaît le problème de l'expérimentation" scientifique". Car souvent on procède dans ce cas sciemment à une action non libre et l'événement imprévu accusera l'auteur de l'expérience d'avoir pris une décision arbitraire. Celui-ci se défendra en référant à une valeur au nom de laquelle il a agi. Cette défense ne résout pas le problème, mais le déplace : l'expérimentateur, n'impose-t-il pas arbitrairement, d'autorité, cette valeur, tout comme il imposa sa décision d'expérimenter ?

Supposons qu'il répond qu'il n'avait pas le choix, c'est-à-dire que, compte tenu des circonstances, cette valeur s'imposait comme l'unique possibilité rationnelle ou morale ou humaine et que seule la

dite expérimentation pouvait contribuer à la réalisation de cette valeur. Si notre expérimentateur est un être rationnel, il posera, comme nous l'avons expliqué au début de cet exposé, le problème de l'unicité de son explication. Cela signifie qu'il posera le problème de la nature de la contrainte, sous l'emprise de laquelle il prétend avoir agi, et du mécanisme de ses attitudes, d'abord, abstraction faite de la contrainte et, ensuite, en présence de cette même contrainte. On objectera que l'expérimentateur, que nous nommerons désormais H, pourrait poser son problème de toute autre manière. A cette objection nous ne voyons qu'une réponse : essayons de généraliser le problème. Quelle est la nature générale d'une contrainte exercée sur un être tel que H, quel son effet général ?

Reprenons notre supposition que H est un système auto-organisateur. von Foerster²⁰ considère un tel système dans un environnement E qui est lui-même séparé du reste de l'univers par une membrane imperméable. H et E forment un univers fini U. Alors il démontre que, si H en s'organisant a déclenché des processus irréversibles, H désorganise U, c'est-à-dire que l'organisation globale de U a détériorée par l'action auto-organisatrice de H. On s'imagine aisément qu'après avoir épuisé les ressources de son environnement E, H se désorganisera en s'organisant. La conclusion de Von Foerster est claire : comme la conception d'un être tel que H dans un univers fini U est incohérente, un tel être ne pourrait exister.

Mais on distingue deux types de systèmes auto-organiseurs²¹ : l'un ne fait qu'augmenter la complexité de son organisation, tandis que l'autre échange une certaine forme d'organisation contre une autre jugée meilleure que la première dans les circonstances données von Foerster a opté pour le premier type, tandis que notre description de H rejoint le deuxième, sans pour cela exclure le premier. Ainsi, lorsqu'on prend en considération l'écoulement du temps et accentue l'importance de l'auto-organisation du deuxième type, on peut conclure des considérations de von Foerster que, dans un univers fini U, l'être H perd, sous la contrainte de E le pouvoir de s'organiser.

La forme générale des contraintes est déterminée par le fait que U, l'univers dans lequel H vit, est fini. Elles surgissent sous l'effet des processus irréversibles déclenchés par l'action organisatrice de H. En effet, le caractère irréversible de ces événements empêche H de récupérer certaines ressources. Lorsqu'un tel événement irréparable entame le système de H lui-même, H se trouve sous le coup du type de contrainte que nous avons nommée irremplaçable ou fatale.

Reprenons maintenant le problème de notre expérimentateur H qui, en présence d'une certaine contrainte C, prit une décision D

suite à laquelle un événement irréparable se produisit. Pour pouvoir démontrer que D était vraiment l'unique décision qui pouvait être prise en considération, H doit nécessairement connaître toutes les ressources de l'être auto-organisateur qu'il est. Cela signifie que H doit connaître son propre système comme tel, abstraction faite de toute forme de contrainte. Mais cela nécessite une description du système auto-organisateur dans un univers infini, c'est-à-dire un univers possédant une quantité indéfinie de ressources. Car, comme nous l'avons vu, c'est du caractère fini de l'univers U que la présence de H fait jaillir les contraintes.

Mais, en établissant la nécessité d'un appel à la notion de l'infini, il pose, par ce fait même, le problème de la viabilité du modèle mathématique pour l'étude de l'homme.

Il est clair que l'introduction de l'infini a pour but d'assurer l'isolation du phénomène étudié, en l'occurrence le système H. Et ainsi ce mode de penser révèle son origine : l'étude des phénomènes physiques dans un laboratoire, où on s'efforce d'isoler ces phénomènes pour les soustraire aux perturbations incontrôlables causées par leur environnement naturel. D'autre part, le modèle mathématique situe l'isolation au niveau conceptuel. En outre, la théorie générale des systèmes se propose de définir et d'étudier formellement — car elle s'efforce de prendre la forme d'une théorie mathématique — la classe des modèles ou systèmes qui assurent le caractère scientifique de la connaissance, cette connaissance étant la description d'un tel système ou de ce qu'il engendre (sortie).

Mais isoler un phénomène par la pensée, c'est-à-dire concevoir ce phénomène sous la forme d'un système abstrait, présente le danger suivant : la formulation exacte de la forme et du but d'une expérimentation concernant ce phénomène néglige le fait, dont on a fait abstraction pour la conception même du modèle abstrait, que les ressources disponibles sont limitées. Il y a là un décalage qui est inadmissible parce qu'il émane d'une ignorance profonde.

En précisant le caractère auto-organisateur de H au moyen de la notion de collection de classes K, K', \dots de contraintes remplaçables, nous avons voulu prévenir que ce décalage s'installe dans nos conceptions dès le début. Les classes et la collection elle-même ont toutes un nombre fini d'éléments. Un des problèmes, dont la solution pourrait aider à remédier à ce décalage, est le suivant. A quel moment H abandonnera-t-il K pour K' ? On répondra que ce sera le cas lorsque H aura atteint avec K une certaine limite. Mais comment pourrions-nous décrire qu'une classe finie converge par un nombre fini d'altérations vers un état limite ? Le problème fondamental posé par le décalage en question est donc celui de l'élaboration d'une

mathématique qui définirait les notions classiques de convergence, limite, continuité etc. exclusivement en termes d'ensembles finis.

Une telle mathématique finie mettrait à notre disposition les conceptions nécessaires à la définition, dans la théorie générale des systèmes, d'un domaine de systèmes abstraits intermédiaire entre les systèmes conçus par la mathématique de l'infini et les résultats des études sociologiques, psychologiques etc. La mathématique de l'infini semble donc indispensable à l'élaboration de la connaissance et de sa justification, puisqu'elle apparaît en tête de la hiérarchie des moyens conceptuels de connaissance.

La mathématique de l'infini explore les étendues qui s'ouvrent à l'épanchement du conceptuel. On démontre, nous en avons parlé, que les informations qui nous parviennent, semblent, à mesure que l'exploration progresse vers le fin fond de la mise en forme abstraite, devenir incertaines. Il y aurait donc une limite à la rationalité qui elle exige une réponse unique et exacte pour chaque problème. Alors pourquoi ne pas cesser ces randonnées incertaines ? Car ce qu'on démontre c'est précisément qu'il est impossible d'améliorer les résultats. On remarque, au contraire, qu'on a multiplié les efforts dans cette direction. Ainsi, dans la théorie des modèles, un aspect assez récent de la pensée mathématique, on considère des notions et des structures mathématiques qui n'ont aucun intérêt du point de vue de l'application des mathématiques dans d'autres sciences. Mais on étudie ces structures en vue de connaître leurs propriétés (métamathématiques) ou de préciser la conception de ces propriétés. Ici la réflexion est venue au secours de la pensée mathématique et s'efforce de trouver une explication unique pour l'apparition de l'indécidable, de l'indétermination, même de l'incertitude en mathématique. Ainsi on voit que la réflexion rationnelle est nécessairement explicative. Sans cela la pensée rationnelle abdiquerait devant le spectacle de l'inéluctable incomplétude et ambiguïté de nos conceptions abstraites.

La mathématique de l'infini nous permet donc l'acquisition d'une connaissance concernant les limitations de notre pouvoir de concevoir exactement. Nous attendons qu'une mathématique, que nous avons appelée finie, nous aide à délimiter le domaine au delà duquel il devient impossible d'expérimenter en vue d'augmenter notre information et, par conséquence, nos moyens d'action. En effet, là où nos conceptions abstraites concernant des entités finies revêtiront elles aussi un contour incertain, la connaissance ne saurait se perfectionner par un rapport supplémentaire d'information et dès lors l'expérimentation devient un acte gratuit au niveau de la connaissance, mais pas nécessairement au niveau matériel.

Mais il ne faut pas abandonner notre expérimentateur H, en proie à une crise de conscience assez inhabituelle, à son triste sort.

H prétend avoir agi au nom d'une valeur V. Une justification objective exige donc qu'on puisse déterminer d'une manière objective et exacte la relation entre acte et valeur. C'est dans la théorie générale des systèmes — inspirés à ce qu'il semble par une suggestion sortie du coin où se blottit la psychanalyse — qu'on propose d'aborder d'une manière exacte le thème d'une théorie dans laquelle les valeurs jouent le rôle d'"attracteurs", qui est, par exemple, celui que jouent les forces dans les systèmes physiques; la notion générale d'attracteur désigne l'entité qui cause le mouvement d'un objet sur une certaine distance dans une certaine direction²². Cela signifie que la référence à une valeur, qui se situe pour H au niveau de la réflexion subjective sur la connaissance et son acquisition, pourra, espérons le, être incorporée, grâce à une forme de mathématisation, dans la connaissance exacte du type abstrait. On posera la question au nom de quelle valeur on justifiera l'acquisition et la mise en forme mathématique de cette théorie. Il nous semble inévitable que, si on admet une valeur quelconque dans ce rôle, cette valeur refusera de prendre en considération toute critique au sujet de cette théorie, si cette critique entame l'autorité de la valeur en question. On ignorera donc la critique émanant d'une position basée sur une autre valeur. Or une connaissance qui, par sa conception même, s'est octroyé le droit de négliger la critique, est une connaissance fondée sur le principe d'autorité. Elle comporte un aspect délibérément arbitraire. Par conséquence, elle peut être et sera manipulée, puisqu'elle se met à la disposition du premier groupe venu qui impose son autorité par la force des circonstances.

On répondra peut-être qu'il s'agit là en effet d'une situation déplorable d'un certain point de vue, mais parfaitement inéluctable. En effet, à première vue le problème semble être insoluble. Car, ou bien on réfère à une valeur et on introduit par la même occasion, en dépit des meilleures intentions, l'arbitraire, ou bien on ne justifie même pas.

Mais il y a une valeur qui engendre elle-même la critique de ses propres réalisations et fait entrer en ligne de compte les autres valeurs, c'est la rationalité. La pensée rationnelle crée la réflexion et la critique parce qu'elle exige, en principe, une preuve formelle de cohérence et d'unicité. Dans un article précédent nous nous sommes appliqués à démontrer que l'exigence d'unicité est fondamentale dans ce sens qu'elle mène, en présence d'un type non trivial de problèmes visant à augmenter la quantité d'information disponible, nécessairement à la conception d'une machine qui pense d'une

manière que nous avons cru pouvoir caractériser d'efficace ¹.

C'est en exigeant une preuve de consistance qu'elle accuse sa propre défaillance, dans le domaine des mathématiques, devant le problème posé par l'impossibilité de déterminer d'une façon unique les moyens de démonstration de cette consistance. La rationalité n'impose donc pas les moyens qui la réalisent, mais, comme son but reste l'unicité, elle fait appel à la réflexion qui tentera d'expliquer par une explication unique cette multiplicité irréductible. Reprenons l'exemple de la preuve de la consistance de l'arithmétique de Gentzen. Nous avons mentionné la portée de la justification de ses moyens de démonstration. Son argument est-il exact ? Nous ne le pensons pas. Car, en fait, il considère une machine de Turing, que nous représenterons, pour plus de commodité, comme suit :

A. O

B. $X \rightarrow X + I$

La première ligne A précise l'objet de départ. Partant de O, la ligne B nous prescrit comment on obtient $O + I$ et, partant de $O + I$, comment obtenir $O + I + I$, etc. C'est enfantin. Or il y a un problème : qu'est-ce que X ? Que représente X ? Il y a deux manières d'aborder ce problème. Ou bien on prétend que X est une variable et que la notion de variable, du point de vue de l'étude du langage, est une notion étrangement problématique. Ou bien on précise que la portée de la variable X est déterminée par un domaine de valeurs D qu'on considère donc comme une donnée. Le nombre ordinal de D est le premier ordinal transfini ω . Ces considérations nous permettent une suggestion quant à la manière de préciser l'argumentation de Gentzen et qui est la suivante. Nous disposons d'un mécanisme parfaitement contrôlable et dont la description est complète et claire. Cette description est donnée par A et B. Or une compréhension complète de A et B implique la connaissance du nombre ordinal de D. Nous disposons donc de ω . Après une légère adaptation de A et B, qui aura comme résultat une transition à un mécanisme qui réalise l'induction transfinie, nous poursuivons notre construction par $\omega + I$ etc.

Mais en acceptant de considérer D on considère l'infini actuel comme une donnée. En outre, et c'est cela qui importe, on suppose qu'on connaît le nombre ordinal de D, qu'on considère comme l'ensemble des nombres naturels. Or une théorie formelle, exacte des nombres naturels admet des interprétations du type appelé non standard et dans un tel modèle non standard l'ordinal de l'ensemble des nombres naturels (non standards) diffère de ω . Une telle théorie

n'admet pas la possibilité d'une caractérisation complète de la notion de nombre naturel^{2,3}. Admettre les moyens de démonstrations de Gentzen revient à admettre qu'on dispose d'une telle connaissance. Rien n'empêche une telle affirmation. Seulement, on n'est pas libre d'affirmer qu'on détient la solution unique d'un problème, en l'occurrence le caractère unique, non relatif des moyens de démonstration, grâce à un point de vue constructif, c'est-à-dire grâce à l'introduction d'une valeur particulière qui est significative du point de vue philosophique. Car, ou bien il y a une démonstration d'unicité, et alors les suppositions particulières induites par l'introduction d'une valeur V s'avèrent superflues, ou bien, une telle démonstration d'unicité n'est pas rationnelle et les suppositions contenues dans l'acceptation d'une valeur V sont contradictoires. En effet, une valeur V , introduite elle-même arbitrairement, ne peut pas démontrer l'impossibilité d'introduire, tout aussi arbitrairement, une valeur V' .

En affirmant que son point de vue est constructif, Gentzen entend qu'il n'introduit aucune supposition particulière. Or, nous l'avons vu, il a introduit une supposition qui s'est révélée contradictoire. Par conséquence, un point de vue constructif introduit dans ce cas une supposition intenable. Mais en métamathématique cela peut se démontrer — nous espérons que le caractère équivoque de notre propre argumentation concernant l'ensemble D ne sera pas considérée comme une réfutation de notre argument. La mathématisation est donc nécessaire pour faire obstacle au rôle irrationnel de la persuasion.

Mais il y a plus. Comme un point de vue particulier basé sur une valeur particulière, par exemple le constructivisme, défend l'emploi de certains moyens, il empêche de ce fait les efforts de la réflexion explicative en vue préciser une explication unique pour une situation caractérisée par une forme d'indétermination, par exemple l'impossibilité de déterminer la notion de nombre naturel d'une manière unique. L'introduction d'une valeur empêche donc les démarches explicatives de la pensée rationnelle. Ainsi l'explication est la marque distinctive, la spécification fondamentale de la pensée rationnelle.

Mais l'explication de la réflexion détermine les causes de certains effets qui se manifestent dans la théorie qui est l'objet de la réflexion. En tant que ces effets se manifestent dans le langage de la théorie objet, la réflexion devra s'exprimer, puisqu'elle concerne les causes, dans un même langage. Or il n'y a que les mathématiques de l'infini pour réaliser cette condition. Ainsi la mathématisation, dans sa signification générale qui englobe les manifestations formelles de la

théorie générale des systèmes, est une nécessité pour la réalisation de la rationalité.

En acceptant la rationalité comme valeur ultime, on accepte l'incertitude comme caractère fondamentale du contour qui cerne notre être, c'est-à-dire que notre être ne possède pas un dernier contenu qui serait l'assise d'une espérance qu'une forme de connaissance absolue serait possible.

Si cela était, nous ne serions pas des systèmes auto-organiseurs, nous n'aurions pas de néant dans le coeur, d'où émerge la philosophie, nous ne serions pas libres, dans une acceptation du terme analogue à celle de Sartre. Ce serait déplorable.

La récompense qui incombe à un être rationnel est inespérée : par l'explication unique la pensée rationnelle transforme les manifestations d'indétermination en manifestations de liberté. Nous sommes libres de choisir la théorie des nombres qui nous convient et nous pouvons expliquer cette indétermination qui prend ainsi un sens et devient liberté.

Il conviendrait, sans aucun doute, de donner un sens plus précis à la notion qui désigne la réalisation fondamentale de la rationalité, c'est-à-dire à la notion de liberté. Mais nous nous savons incapables d'aller au-delà d'une suggestion assez vague qui pourrait se résumer comme suit : la liberté est un état d'indétermination, l'assise de l'autonomie du choix, dans la pensée du sujet, dont le sujet lui-même connaît ou s'efforce de connaître les causes. Cet état d'indétermination engendre la réflexion explicative qui oppose à tout effort de persuasion ou de contrainte d'une autorité considérant cet état comme une occasion d'étendre son domaine de chasse, non un effort tout aussi irrationnel de dissuasion, mais le caractère contradictoire des arguments de persuasion ou celui injustifiable de la contrainte.

Mais supposons un instant que la transition d'un état d'indétermination à un état de liberté s'avère, dans un certain cas, impossible. Alors il n'y aura que l'autorité pour donner un sens à l'action. Et la silhouette inquiétante de cette impossibilité ne se laisse jamais refouler bien loin. Ainsi, par exemple, la preuve de l'indépendance de l'axiome de choix et de l'hypothèse du continu dans la théorie des ensembles, fait obstacle à une conception unique de cette théorie et donc de la base même des mathématiques, qui revêt ainsi un caractère d'indétermination. Mais comment déterminer la cause de cet état qui affecte les racines mêmes de notre connaissance ? En étudiant les moyens de démonstration qui précisent le caractère inévitable de leur effet, en l'occurrence l'état d'indétermination. La notion fondamentale de la dite preuve

d'indépendance est la notion de "forcing"²⁴. Mais une telle notion se laisse-t-elle analyser par des moyens précis ? Certainement, c'est une relation hyper-arithmétique dans les cas de la théorie des nombres naturels et celle des nombres réels²⁵. Ce type de relations peut se décrire d'une manière complète dans un langage de second ordre, qui permet de traiter d'ensembles infinis, et auquel on a ajouté une règle de caractère infini : lorsqu'on a démontré pour tout n que $F(n)$, alors on a démontré $(x)F(x)$ ²⁶. Et ce langage permet-il de donner une description complète de l'arithmétique ou théorie des nombres ? Oui et non; oui, si nous nous bornons à considérer des modèles nommés modèles ω , non, dans le cas contraire²⁷, en plus..., mais finissons en. Nous tournons en rond, du moins c'est l'impression que nous avons, sans pouvoir nous défaire de cette indétermination.

Ce qui nous manque, c'est, semble-t-il, une définition de la notion de connaissance qui nous permet de préciser le rôle que joue la théorie des ensembles dans la constitution de la connaissance scientifique. Car on a imposé à la notion d'ensemble le rôle de notion fondamentale d'une base exacte pour les mathématiques. Or il semble d'une part que cette notion est dépassée par certains événements mathématiques, ou risque en tout cas de l'être²⁸, d'autre part elle inspira des développements nouveaux²⁹. Alors, est-elle un moyen de découverte et de précision, comme le fut l'infinitésimale, pendant un certain temps et, en ce qui concerne la précision, pas très convaincante, pour Leibniz, Newton et ceux qui les suivirent ? Remarquons que l'infinitésimale a fait sa réapparition comme aspect précis et bien délimité de la mathématique³⁰. Une théorie de la connaissance aux prétentions normatives nous semble, dans ces circonstances, une perte de temps.

Une telle théorie explicative de la connaissance n'est certainement pas impossible et nous espérons pouvoir donner quelques précisions plus informatives dans un article prochain.

Et quels sont les résultats de la confrontation entre notre rationalité et la réalité sociale, matérielle, abstraction faite de l'ironie ? Peut-être une forme d'humanisme.

Notre conclusion sera brève : C'est au niveau de l'abstrait et du formel que se joue notre destinée, que nous déciderons, dans une optique générale, du sens ou de l'absurdité de nos actions.

NOTES

¹ cet exposé est basé, en ce qui concerne la signification et la portée

de la notion de rationalité, sur un article précédent : Recherche sur la rationalité, *Philosophica* 14, 1974(2), pp. 28-37.

² *ibid.* pp. 28, 36, 37.

³ *voire*, par exemple, W. R. Ashby, *Design for a Brain*, London (1952) 1960, pp. 58 et suiv.

⁴ A. Schopenhauer, *Essai sur le Libre Arbitre*, traduit par S. Reinach, Paris, 1925, p. 191.

⁵ *ibid.* p. 194.

⁶ E. Kant, *Des Fondements de la Métaphysique des Moeurs*, traduit par J. Barni, Paris, 1848, p. 99.

⁷ J. Ladrière, *Les Limitations Internes des Formalismes*, Louvain, 1957.

⁸ Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie, *Math. Ann.*, 112 (1936), pp. 493-565.

⁹ Der Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik, *Semester-Berichte, Münster in W.*, Winter 1936-37, pp. 65-80.

¹⁰ J. P. Sartre, *L'Être et le Néant*, Paris, 1957, p. 542.

¹¹ *ibid.* p. 516.

¹² J. R. Myhill, *A Complete Theory of Natural, Rational and Real Numbers*, *J.S.L.* 15, pp. 190, 191.

¹³ *ibid.* p. 195.

¹⁴ *L'Être et le Néant*, p. 46.

¹⁵ *ibid.*, p. 515.

¹⁶ *ibid.*, pp. 514-5.

¹⁷ von Neumann, *The General and Logical Theory of Automata*, dans : *The World of Mathematics*, ed. J. R. Newman, vol. 4, pp. 2070-2098 (1951).

¹⁸ J. R. Myhill, *The Abstract Theory of Self-Reproduction*, dans : *Views on General Systems Theory*, ed. M. D. Mesarovic, New York, 1964, pp. 106-118.

¹⁹ E. Kant, o.c., p. 98.

²⁰ H. von Foerster, *On Self-Organizing Systems and their Environments*, dans : *Self-Organizing Systems*, ed. M. C. Yovits et S. Cameron, Oxford, 1960, pp. 31-33.

²¹ L. von Bertalanffy, *General Systems Theory - A Critical Review*, *General Systems : The Yearbook of the Society for General Systems*

Research, vol. VII, 1962, pp. 1-20.

²²A. I. Katsenelinboigen, General Systems and Axiology, General Systems, vol. XIX (1974), pp. 19-26.

²³T. Skolem, Ueber die Nicht-Charakterisierbarkeit der Zahlenreihe mittels endlich oder abzählbar unendlich vieler Aussagen mit ausschliesslich Zahlenvariablen, Fund. Math. 23, pp. 150-161, ainsi que L. Henkin, Completeness in the Theory of Types, J.S.L. 15 (1950), pp. 81-91

²⁴F. J. Cohen, Independence Results in Set Theory, dans : The Theory of Models, ed. Addison, Henkin, Tarski. Amsterdam, 1965, pp. 39-54; pour la preuve formelle voire : The Independence of the continuum Hypothesis, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., 1963 (I), pp. 1143-1148 et 1964 (II), pp. 105-110.

²⁵S. Feferman, Some Applications of the Notion of Forcing and Generic Set, dans : The Theory of Models (o.c.), pp. 89-95.

²⁶A. Mostowski, Thirty Years of Foundational Studies, Philos. Fennica, 1965, p. 72.

²⁷K. Apt, W. Marek, Second Order Arithmetic and Related Topics, Ann. of Math. Logic 6 (1974), pp. 183 et suiv.

²⁸par exemple, la théorie des catégories ou, à notre avis, la relation fondamentale des structures de proximité (A. Csaszar, Foundations of General Topology, Oxford, 1963).

²⁹par exemple la théorie des modèles.

³⁰A. Robinson, Non-Standard Analysis, Amsterdam 1966, pp. 56 et suiv.