

*When I know reality, I make it...  
What holds of objects of knowledge generally,  
holds of values in particular.*

PERRY

# Preference en Metingen voor Preference

## 1. INLEIDING

### 1.1. *De plaats van het begrip Preference in de Etika.*

De basisbegrippen uit de etika kunnen zodanig geordend worden dat ze behoren tot één der volgende drie groepen van theorieën :

- 1<sup>o</sup> *Value-theorieën* : bestuderen o.m. begrippen en termen als : goed, slecht, beter, e.a.
- 2<sup>o</sup> *Normen-theorieën* : pogen een koherent geheel van relaties op te bouwen voor uitspraken over rechtvaardig, verboden, toegelaten, verplicht, e.a.
- 3<sup>o</sup> *Filosofische Anthropologie* : met o.m. begrippen en termen als behoefte, belief, motivatie, releser, decision, act, e.a.

De term Preference hoort dus in de eerste plaats thuis in de Value-theorieën.

De Preference wordt hier beschouwd als een irreduktiebel kreterium in de Value-theorieën. Sommige auteurs nemen aan dat Preference de evaluatie reflecteert, anderen zeggen dat Preference de evaluatie fundeert. Laatstgenoemd standpunt lijkt ons over de krachtigste argumenten te beschikken.

Een analyse van de Preference-relatie wijst erop dat deze relatie een ruim veld bestrijkt in de AESTHETIKA, ETIKA en EKONOMIE. Voor al deze disciplines is ze zelfs fundamenteel. We hebben ons echter in hoofdzaak beperkt tot de etika.

### 1.2. *Herkomst van de Preference-theorieën.*

De studies die we raadpleegden komen uit diverse disciplines : filosofie, taalkunde, psychologie, ekonomie, statistiek, social science, e.a.

De *filosofie* levert de beste analyses van de Preference als relatie. *Ekonomie* en *statistiek* schenken minder aandacht aan de Preference zelf maar leggen vooral de nadruk op « CHOICE » en « PREFERENTIAL CHOICE ». De klassieke *taalkunde* levert blijkbaar materiaal waarmee alles en niets kan bewezen worden. De *psychologie* en *social science* leveren sinds de laatste

jaren de meest complexe preference-theorieën. De bedoeling wordt immers: te experimenteren en zo nauwkeurig mogelijk de « behavior » te beschrijven, te ordenen en te meten.

We hebben de geraadpleegde teksten evenwel niet geordend en besproken in het kader van hun respectieve discipline van herkomst, dit om de specifieke structuur van elke Preference-uitspraak beter tot zijn recht te laten komen.

### 1.3. *Logische en Methodologische problemen.*

Dat wat men prefereert is niet noodzakelijk wat men kiest of wat behoort te gebeuren. In feite zou Preference moeten INTROSPECTIEF bestudeerd worden. Men zou bijgevolg de klassieke introspektieve methode moeten volgen van de attitude-tests en de proefpersonen vragen hun Preference uit te drukken betreffende alternatieven. Vermits de methode van de introspectie in de moderne behavior-literatuur weinig geapprecieerd wordt, doet men beroep op bepaalde procedures die betrekkelijk rechtstreeks informatie opleveren.

In de psychologie, social science en ekonomie wordt bijgevolg Preference veelal geïnterpreteerd als « Preferential Choice » of als potentiële keuze. Terecht wijst HOUTHAKKER (1) erop dat Preference een potentiële keuze is maar dat de relatie niet kan omgekeerd worden. Men kan immers niet volhouden dat elke keuze overeenkomt met een gerealiseerde Preference. Wanneer men gezamenlijk moet kiezen gebeurt het dikwijls dat niemand precies bereikt wat hij aanvankelijk had verlangd. Om dezelfde reden laat men in voornoemde disciplines de NONOPERATIONAL Preferences buiten beschouwing: men kan Napoleon verkiezen boven Hitler maar in feite heeft men niet te kiezen.

De zuiver filosofische teksten analyseren daarentegen meestal de eigenlijke Preference. Hier worden de problemen van de introspectie omzeild door zich te beroepen op de logika en de wiskunde.

Om uit te maken welk van beide standpunten het dichtst de kern van het probleem benadert, zou men echter eerst moeten omschrijven wat men verstaat onder de begrippen rationaliteit en logika.

In dit verband wijzen we op de opvatting van KNEALE (2) over logika, waar hij aanspoort tot een ruimere interpretatie ervan: « If this latter

(1) HOUTHAKKER, H. S. On the logic of preference and choice ; p. 194, in : TYMIENIECKA, A. (Ed.). Contributions to logic and methodology in honor of J. M. BOCHENSKI ; Amsterdam, North-Holland, 1965 ; pp. 193-207.

(2) KNEALE William & KNEALE Martha. The development of logic. Oxford, Clarendon, 1962, p. 740.

were admitted, arithmetic would undoubtedly be *the logic of numerals*, just as geometry would be the logic of shape words, mechanics *the logic of « force »*, analytical economics *the logic of « price »*, philosophical theology (if such a science exists) *the logic of « God »*, and so forth ». (Citaat van MARTIN) (3).

De meeste auteurs analyseren de Preference in de gebruikelijke formele logika, maar MARTIN heeft zich een eigen systeem opgebouwd, analoog aan de interpretatie van KNEALE. We zullen het uitvoerig behandelen in het hoofdstuk over Preference-systemen met subjectieve probabiliteiten.

#### 1.4. *Niet alle woorden dekken begrippen.*

Er worden inderdaad ook woorden gebruikt die anders zijn dan die der begripsmatige kennis, bv. « In der praktischen *Willensübertragung* von Mensch zu Mensch, in der *Kunst*, in dem zwischen Wissenschaft und Kunst stehenden Gebiet des *Mythus* (in das die intuitive Metaphysik vielleicht gehört) und in anderen Gebieten » (4) (§ 182).

Nog radikaler dan CARNAP is WITTGENSTEIN (5):

«Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig. Wir können daher Fragen dieser Art überhaupt nicht beantworten, sondern nur ihre Unsinnigkeit feststellen » (4.003). WITTGENSTEIN besluit zijn *Tractatus* met een uitspraak die inmiddels beroemd is geworden:

« *Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen* ». (7.).

Het is natuurlijk onze bedoeling geweest enkele « *ware* » uitspraken over Preference te vinden en deze rationeel te ordenen. In de loop van dit onderzoek is echter gebleken dat er bepaalde arbitraire factoren een rol spelen bij de omschrijving van termen als waarheid en rationaliteit. Hoewel we het onderzoek in deze richting slechts oppervlakkig hebben gevolgd, lijkt het ons toch zó dat noch *etika*, noch *wetenschap*, noch *wiskunde*, noch *logika* zichzelf volkomen funderen.

Wellicht is dit één van de redenen waarom we slechts onbevredigende antwoorden aantreffen op de vraag naar de *Preference voor Preference*. Misschien kan de wijsgerige anthropologie voor dergelijke problemen een antwoord formuleren. Wat er ook van weze, we hebben dit punt niet verder uitgewerkt.

(3) MARTIN, R. M. *Ontology and the province of logic*, in TYMIENIECKA, Op. cit., p. 278.

(4) CARNAP, R. *Der logische Aufbau der Welt*. Berlin, Weltkreis-Verlag, 1928.

(5) WITTGENSTEIN, L. *Tractatus logico-philosophicus*. London, Routledge & Kegan Paul, 1966.

### 1.5. *Het ordeningskriterium voor de verschillende hoofdstukken.*

Om de specifieke structuur van elke Preference-uitspraak beter tot zijn recht te laten komen hebben we de standpunten gerangschikt naar hun graad van complexiteit. Aldus komen de problemen in verband met het meten van Preference beter tot hun recht.

### 1.6. *Onze kritiek betreft vooral de metingen van Preference.*

Over bepaalde Preference-systemen die een meetbare graad van Preference invoeren hebben we ons zeer kritisch uitgelaten. We menen immers dat sommige formules voor metingen van Preference geen betekenis hebben en/of niet verifiëerbaar zijn. We kunnen ze beschouwen als schijnzinnen en bijgevolg als ongeldige uitspraken.

## 2. THE NATURALISTIC FALLACY

MOORE wees er reeds op in 1903 dat GOOD geen definitie kan hebben « because it is simple and has no parts » (6). Het is een van de ontelbare objecten van de kennis die ontoegankelijk blijven voor definities « ... since we cannot define anything except by an analysis ». (1).

Het mag dan waar zijn dat alle dingen die goed zijn, tegelijk iets anders zijn, toch kan die eigenschap niet gedefiniëerd worden.

### 2.1. *The naturalistic fallacy.*

Het is een feit dat de Etika poogt de eigenschappen te ontdekken die eigen zijn aan al wat goed is. « But far too many philosophers have thought that when they named those other properties, they were actually defining good. ... This view I propose to call THE NATURALISTIC FALLACY » (MOORE, p. 10).

« My point is that GOOD is a simple notion, just as YELLOW is a simple notion ; that, just as you cannot, by any manner of means, explain to any one who does not already know it, what yellow is, so you cannot explain what good is ». (MOORE, p. 7).

Er blijkt geen enkele term te bestaan die equivalent is aan GOOD zonder het begrip GOOD te bevatten. Zowel absolute Value-termen (zoals GOOD en OUGHT) als relatieve Valuetermen (zoals BETTER) zijn logisch ondefinieerbaar.

(6) MOORE, G. E. *Principia Ethica*. Cambridge, University Press, 1959 pp. 9-10.

*Bespreking :*

*Over welke mogelijkheden beschikt men nog indien men de « naturalistic fallacy » aanvaardt?*

Na de kritiek van MOORE kan men volgend standpunt innemen : indien we aanvaarden dat één Value-term niet reduceerbaar is tot non-Value-terminen, dan zijn misschien *enkele of alle termen uit de ethische taal reduceerbaar tot die ene Value-term.*

Men kan immers het wetenschappelijk onderzoek in deze richting indelen in twee groepen :

- onderzoek van Absolute Value-systemen. Hier neemt de deontische logika een centrale plaats in.
- onderzoek van Relationele Value-systemen aan de hand van termen als BETTER, PREFERENCE, e.a.

## 2.2. Deontische Logika.

De formele analyse van Absolute Value-terminen heeft o.m. geleid tot de deontische logika. Als illustratie van deze strekking vermelden we hier ANDERSON (7).

ANDERSON, en velen na hem, hebben de modale logika aangewend als model voor geformaliseerde normatieve systemen.

De aanleiding voor ANDERSON tot de uitbouw van dit systeem was een artikel van SOBOCINSKI (8). Deze toonde aan dat de systemen van FEYS en van VON WRIGHT zich het best lenen tot deontische interpretatie.

Aan de basis ligt het modaal systeem S2 van LEWIS (9). Er wordt immers aangenomen dat :

$$p \rightarrow Mp$$

$$(a \rightarrow b) = \text{Bep. } N(a \rightarrow b)$$

(De tekens M en N betekenen respectievelijk « mogelijk » en « noodzakelijk ») (10).

(7) ANDERSON, A. R. The formal analysis of normative systems. New Haven, Yale sociology department. Technical report N° 2, U.S.O.N.R. 1956.

(8) SOBOCINSKI, B. Note on a modal system of FEYS-von WRIGHT. The journal of computing systems. I, 1955. pp. 171-188.

(9) LEWIS, C. I. & LANGFORD, C. H. Symbolic logic. New York, The Century Company, 1932, pp. 72 e.v.

(10) We hebben enige moeite gehad met de tekst (*een mikrofilm*) omdat hij gesteld is in de minder gebruikelijke schrijfwijze van LUKASIEWICZ. Aldus waren we genoodzaakt alle geformaliseerde uitspraken te vertalen in een systeem dat ons meer vertrouwd is.

Zoals bekend werden de eerste deontische systemen <sup>(11)</sup> volledig analoog aan de modale logika opgebouwd :

NOODZAKELIJK	wordt	gelijkgesteld	aan	OUGHT (O).
MOGELIJK	»	»	»	PERMITTED (P).
ONMOGELIJK	»	»	»	FORBIDDEN (F).

### 2.2.1. De basisdefinities :

NOODZAKELIJK

Na = Bep.  $\sim M(\sim a)$   
niet a is niet mogelijk.

PERMITTED

Pa = Bep.  $M(a \ \& \ \sim S)$   
a is mogelijk zonder sanktie.

OUGHT

Oa = Bep.  $\sim P(\sim a)$   
niet a is niet toegelaten.

FORBIDDEN

Fa = Bep.  $\sim Pa$   
a is niet toegelaten.

### Bespreking :

Het gehele normatief OM-systeem van Anderson wordt al te zeer geïdentificeerd met de modale logika. In feite staan we steeds voor een onderdeel van de volgende keten van implicaties :

$$Np \rightarrow p \rightarrow Mp$$

Vermits dit bovendien in de meeste deontische systemen als « objectief » geïnterpreteerd wordt, geeft het automatisch aanleiding tot een *autoritaire moraal*.

### 2.2.2. Het Kantiaans principe : wat mijn plicht is, is mogelijk.

OM23 :  $\sim M(p) \rightarrow Fp$

Deze stelling gaf aanleiding tot talrijke discussies. Hier wordt immers geformuleerd :

(11) De grondstellingen zijn volgens ANDERSON afkomstig van TARSKI en van LUKASIEWICZ. Zie LUKASIEWICZ, J. A system of modal logic. The journal of computing systems, I, 1953. pp. 111-149.

« Wat onmogelijk logisch waar is, is verboden ». Hierop werd kritiek geformuleerd door o.m. CASTAÑEDA (12) en LEMMON (13).

OM24 :  $O p \rightarrow M p$

« Als p verplicht is, dan is p mogelijk. » Deze stelling weerspiegelt een principe van KANT : SOLLEN impliceert KÖNNEN. Dit Kantiaans principe ligt trouwens in de modale implicatie :

$N p \rightarrow M p$

### 2.2.3. *Stellingen uit het systeem van THOMAS VAN AQUINO.*

Het betreft hier OM32 : « Wat een keuze tussen verboden alternatieven impliceert is zelf verboden » :

OM32 :  $[O(p \rightarrow (q \vee r)) \& (Fq \& Fr)] \rightarrow Fp$

Het samengaan van OUGHT en FORBIDDEN als funktoren op dezelfde oordelen, wordt in ANDERSON als onmogelijk gesteld. Als voorbeeld geven we nog twee stellingen die geïnspireerd werden op THOMAS VAN AQUINO :

OM34 :  $\sim M(O(p \vee q) \& (Fp \& Fq))$

OM35 :  $[O(p \rightarrow q) \& \sim M(q)] \rightarrow Fp$

m.a.w. : « Als men geld leent moet men het teruggeven. Als men op het ogenblik van de lening het voor onmogelijk acht het geld ooit terug te geven, dans is geld lenen verboden ».

Kritiek hierop had vooral betrekking op het autoritair karakter van sommige stellingen vermits het normatief systeem van ANDERSON de term SANKTIE bevat. Hierop is reeds vroeg kritiek ontstaan en het begrip Sanktie werd door vele auteurs afgewezen.

We menen dat bepaalde moeilijkheden kunnen uitgeschakeld worden door meer de nadruk te leggen op de subjektieve aspecten van de normatieve systemen. Het is bovendien mogelijk gebleken enkele stellingen te formuleren in termen van een PREFERENCE-systeem.

### 2.3. *De Relationele Value-systemen.*

Laten we nogmaals het standpunt van de naturalistic fallacy aanvaarden. Welnu, we beweren dat het nog evenzeer zinvol blijft een *onderzoek* in te stellen naar de *onderlinge relaties* van bepaalde ethische termen.

(12) CASTAÑEDA, H. Ought and moral ought. A.R.S.P. XII, 4, 1965.

(13) LEMMON, E. J. Deontic logic and the logic of imperatives. Logique et Analyse, n.s., XXIX, 1965. pp. 39-71.

Deze methode werd voor het eerst geformuleerd door BROGAN <sup>(14)</sup>. Als basisterm nam hij « BETTER ». De logische konverse ervan is dans « WORSE ».

Hoewel BETTER en WORSE beiden de ANTISYMMETRIE en de TRANSIVITEIT als formeel-logische kenmerken hebben, toch is dit nog niet voldoende om ze als identisch te beschouwen. Nierop wees HALLDÉN <sup>(15)</sup>.

We zullen in deze tekst vooral de term Preference bespreken. Op bepaalde ogenblikken hebben we het echter noodzakelijk geacht beroep te doen op aanknopingspunten met OUGHT.

### 2.3.1. *De INTERDISCIPLINAIRE Preference.*

We hebben de combinatie van deze beide termen nog nergens aangetroffen. We hopen nochtans dat hun betekenis duidelijk zal worden uit wat volgt.

PERRY <sup>(16)</sup> citeert (p. 100) WINDELBAND : « The only thing we can do is to say that TRUTH is in all cases that which OUGHT TO BE AFFIRMED ».

Wanneer we op deze wijze verder redeneren, dan kan men stellen zoals PERRY (p. 100) :

1. TRUTH is that which OUGHT to be AFFIRMEED.
2. GOOD is that which OUGHT to be PREFERRED.
3. RIGHT is that which OUGHT to be DONE.
4. BEAUTY is that which OUGHT to be ENJOYED.

PERRY concentreert zich hierbij op de term OUGHT. Hij analyseert (pp. 100-114) « five varieties of the authoritative or obligatory will : the imperious will ; the personal will ; the awe-inspiring will ; the collective will ; the rational will ».

Men kan zich echter afvragen of de term PREFERENCE niet aangewezen is om te delibereren over deze vier criteria die elk afzonderlijk aanspraak maken op universaliteit. Immers waarom zou men het waarheidskriterium PREFEREREN wanneer het gaat om oordelen uit de etische taal? Kan men dan niet evengoed een juridisch kriterium nemen wanneer het gaat om problemen uit de estetica?

We betitelen dus als « Interdisciplinaire Preference » die gevallen waarbij men delibereert over de criteria die de bedoelde discipline funderen.

(14) BROGAN, A. P. : The fundamental value universal. *Journal of philosophy*, XVI, 1919.

(15) HALLDÉN, Sören. On the logic of better. Uppsala, Library of Theoria, n° 2. 1957.

(16) PERRY, R. B. General theory of value. Its meaning and basic principles construed in terms of interest. Cambridge, Harvard, (1926), 1954.



### 2.3.2. *Het konventioneel karakter van ware oordelen.*

Men kan sceptisch staan tegenover de uitspraak van WINDELBAND : « The only thing we can do is to say that TRUTH is that which OUGHT TO BE AFFIRMED ». Men kan aanvoeren dat de tekst uit zijn verband werd gerukt.

We vonden evenwel een analoge uitspraak in de « Introduction » van AYER (p. 17) :

« ... in RUSSELL'S and WHITEHEAD'S system of logic, it is a contingent, empirical fact that the sign «  $\supset$  » should have been given the meaning that it has and the RULES WHICH GOVERN THE USE OF THIS SIGN ARE CONVENTIONS, WHICH THEMSELVES ARE NEITHER TRUE NOR FALSE ; but, given these rules, the « a priori » proposition «  $q, \supset, p \supset q$  » is necessarily true ». (17).

Het vervolg van dit citaat is al even merkwaardig : « Being « a priori », THIS PROPOSITION GIVES NO INFORMATION in the ordinary sense in which an empirical proposition may be said to give information, NOR DOES IT ITSELF PRESCRIBE HOW THE LOGICAL CONSTANT «  $\supset$  » IS TO BE USED. What it does is to elucidate the proper use of this logical constant ; and it is in this way that it is informative ». (p. 17).

Wat we hier willen beklemtonen is, dat er bij auteurs, die zelfs de mogelijkheid betwisten om over Values geldige uitspraken te doen, heel wat EPISTEMOLOGISCH RELATIVISME aanwezig is omtrent hun eigen uitgangspunt. Hieruit zouden we dan willen besluiten dat, indien het zó is dat geen enkele etika op bevredigende wijze kan gefundeerd worden, het evenzeer zó is dat die methodes (waarmee de etika betwist wordt), zelf nog op betwistbare gronden berusten.

Om ons standpunt nog meer kracht bij te zetten verwijzen we nog naar uitspraken van WITTGENSTEIN (18) :

« Es ist klar : Die logischen Gesetze dürfen nicht selbst wieder logischen Gesetzen unterstehen ». (6.123).

« Es ist klar, dass die Anzahl der « logischen Grundgesetze » WILLKURLICH ist, denn man könnte die Logik ja aus EINEM GRUNDGESETZ ableiten... » (6.1271).

#### *Bespreking :*

WITTGENSTEIN breekt hier zijn eigen redenering af. We kunnen immers de vraag stellen : van welke aard moeten de uitspraken zijn om die ene « Grundgesetz » te funderen? « Ein Satz kann unmöglich von sich selbst aussagen, dass er wahr ist ». (4.442). « Die Welt ist vollständig beschrieben

(17) AYER, A. J. *Language, truth and logic*. London, Gollancz, 1947.

(18) WITTGENSTEIN, *Tractatus ...* pp. 126-127.

durch die Angaben aller Elementarsätze PLUS DER ANGABE, WELCHE VON IHNEN WAHR UND WELCHE FALSCH SIND ». (4.26).

Ten slotte kunnen we instemmen met de kritische uitspraak van RUSSELL :  
 « What causes hesitation is the fact that, after all, Mr. WITTGENSTEIN manages TO SAY A GOOD DEAL ABOUT WHAT CANNOT BE SAID ». (19).

*Besluit en Bespreking :*

*Onherleidbare beginselen* liggen aan de *basis* zowel van *de logische analyse* als van de *etische*. Dit is wat RHEES bedoelt met : « ... absolute value lie outside the world of fact and logical necessity lies outside the world of fact. Neither can be expressed ». (20). We nemen aan dat *delibereren over deze grondbeginselen* ressorteert onder het algemeen geval van « *Interdisciplinaire* » PREFERENCE.

Deze « onherleidbare beginselen » zijn dus toch herleidbaar, nl. tot een of andere Preference.

2.3.3. *Ook Wiskunde en Wetenschap berusten op bepaalde evidenties die niet van logische aard zijn.*

BETH (21) onderzoekt de grondslagen van Algebra en Analyse. Hij gaat historisch te werk en volgt als dusdanig de ontwikkeling van de problematiek. We voeren hier enkele van zijn besluiten aan om het *RELATIEVE van elke* theorie te beklemtonen.

Een karakteristieke uitspraak is : *De axioma's zijn afleidbaar uit de axioma's* (p. 99).

Volgens HILBERT kan de wiskunde niet opgebouwd worden zonder beroep te doen op bepaalde evidenties die niet (of niet alle) van logische aard zijn. (p. 107). : « Die Mathematik wie jede andere Wissenschaft kann nie durch Logik allein begründet werden ». (106).

Het theorema van GÖDEL houdt in dat het onmogelijk is de contradictie-loosheid van een theorie te bewijzen uitsluitend met behulp van bewijsmiddelen die binnen die theorie zijn geformaliseerd. *Deze onmogelijkheid werd bewezen voor de intuïtionistische elementaire getallentheorie*. Dit geldt nog in hogere mate voor de klassieke getallentheorie en a fortiori voor *de klassieke analyse* die nog heel andere bewijsmiddelen vooronderstelt dan de klassieke elementaire getallentheorie. (pp. 151-157).

De verschillende richtingen die sinds CANTOR gepoogd hebben de *verzamelingenleer* uit te bouwen en te funderen, komen tot gelijkaardige besluiten.

(19) RUSSELL, B. in : WITTGENSTEIN, Tractatus ... Introduction p. XXI.

(20) RHEES, R. Some developments in WITTGENSTEIN'S view of ethics. Philosophical Review, 74, 1965. p. 17.

(21) BETH, E. W. Wijsbegeerte der wiskunde. Antwerpen, Standaard-Boekhandel, 1948. pp. 387.

Volgens het theorema van SKOLEM is *geen enkel axiomastelsel categorisch* zodat het nimmer een volledige beschrijving kan leveren van het systeem van objecten waarop het betrekking heeft. (p. 233). Bij de bespreking van het theorema van SKOLEM toont BETH aan dat ook de « *zuivere logika* » *niet mogelijk* is ; steeds moet men beroep doen op een intuïtief weten.

Diverse analyses van de logika, van de wiskunde en van de natuurwetenschap hebben geleid tot diepgaande inzichten in het wezen van de WETENSCHAPPELIJKE TAAL : deze is contradictoer of beperkt in uitdrukkingsmiddelen. Een niet-contradictore universele wetenschappelijke uitdrukkingwijze zoals LEIBNIZ die wenste is onmogelijk (TARSKI, GÖDEL), tenzij men de wetenschappelijke taal denkt als in *een voortdurende* (aan bepaalde wetten gebonden) *wordingstoestand* verkerend. (BETH, p. 271).

Het « TOLERANZPRINZIP » van CARNAP wordt als volgt omschreven : De logika is afhankelijk van de structuur van de wetenschappelijke taal. VAN JUISTHEID OF ONJUISTHEID VAN EEN LOGISCH SYSTEEM KAN DUS NIET MET ZIN GESPROKEN WORDEN. De wetenschappelijke wijsbegeerte moet zich ermee tevreden stellen te onderzoeken, tot welke consequenties de keuze van een bepaald wetenschappelijk uitdrukkingmiddel leidt. (p. 333).

In het hoofdstuk « Wissenschaftstheorie » verwijst STEGMÜLLER naar een beeld waarmee hij destijds<sup>(22)</sup> het scepticisme karakteriseerde<sup>(23)</sup> : « Die Gesamtheit der beobachtbaren Vorgänge und Phänomene wird durch eine Ebene repräsentiert. Über dieser Ebene erhebt sich ein dreidimensionales Netzwerk, welches die Theorie symbolisiert ». Dit netwerk bestaat uit definities, stellingen, grondhypotesen en uitdrukkingen. Zijn er geen « ... Zuordnungsregeln ... so würde die Theorie einen uninterpretierten Kalkül darstellen ». (p. 341).

Deze opmerking voert ook naar de problemen in verband met de COMMUNICATIETHEORIE. Een belangrijke rol speelt hier immers het begrip VARIËTEIT, d.w.z. de reeksen van mogelijke boodschappen. ASHBY<sup>(24)</sup> stelt trouwens dat het aantal *onderscheidbare* elementen of mogelijkheden van een reeks de variëteit genoemd wordt. Variëteit is echter geen intrinsieke eigenschap van een reeks. *Variëteit hangt af van het discriminatievermogen van de observator.*

### *Bespreking en Besluit :*

Al de besproken vormen van relativisme en scepticisme hebben dit gemeen : de ken-akt creëert zijn objecten. « *When I know reality, I make it...*

(22) STEGMÜLLER, W. *Metaphysik — Wissenschaft — Skepsis*. 2 Kap. 1954.

(23) STEGMÜLLER, W. *Wissenschaftstheorie* in : DIEMLER, A. & FRENZEL, I. *Philosophie*. Das Fischer Lexikon, n° 11. 1958, p. 341.

(24) ASHBY, W. R. *An introduction to cybernetics*. New York, Wiley, 1957.

What holds of objects of knowledge generally, holds of *values in particular* ». (PERRY, p. 138).

We zullen van deze formulering uitgaan bij de formele analyse van normatieve systemen.

### 3. PREFERENCE EN OUGHT IN EEN MODEL VOOR CRITICAL PATH SCHEDULING

Een projekt bestaat uit een geheel van taken. Sommige taken kunnen tegelijkertijd uitgevoerd worden. Voor andere taken is een bepaalde volgorde vereist.

Een projekt kan uitgetekend worden in een « *project graph* ». Voorbeelden hiervan zijn de figuren 11-14 afkomstig uit KEMENY (25).

#### 3.1. Een projekt.

« A *project* is a nonempty set of jobs (a, b, c,...) to each of which a *time* is assigned, and a relationship of being a *predecessor* of other jobs is determined ». (p. 72).

#### 3.2. Een *project graph* (26).

« A *project graph* is a set of boxes in the plane with arrows connecting some of the boxes. There is one box for each job, and if (a) is an immediate predecessor of (b), then there is an arrow from (a) to (b) ». (p. 73).

*Figuur 11* is hiervan een eenvoudig voorbeeld. Elk vakje is aangeduid door middel van een letter (a, b, c, ...). In elk vakje staat een *cijfer* (1, 2, ... ) dat aanduidt in hoeveel *tijdseenheden* de taak kan afgewerkt worden.

In *fig. 12* staat een cijfer links en een cijfer rechts van elk vakje. Links staat de « *early start time* » (e.s.t.) en rechts de « *early finish time* ». (e.f.t.)

*Fig. 12* toont aldus de *korst mogelijke tijd* binnen dewelke een projekt kan afgewerkt worden (*target time*). In *fig. 12* is de *target time* 6 tijds-eenheden.

#### 3.3. De Graad van VRIJHEID binnen het Projekt.

In *fig. 13* en *fig. 14* staan twee cijfers links en twee cijfers rechts van elke taak. Het eerste cijfer links duidt de « *early start time* » aan, het tweede duidt de « *late start time* » aan. Tussen beide staat een streepje. Rechts staan dan de « *early finish time* » en de « *late finish time* ».

(25) KEMENY, J. G. e.a. *Finite mathematics with business applications*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1964 pp. 72-83.

(26) LEVY, F., THOMPSON, G. & WIEST, J.: *A mathematical development of critical path scheduling* in: MUTH, J. & THOMPSON, G.: *Industrial scheduling*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963.

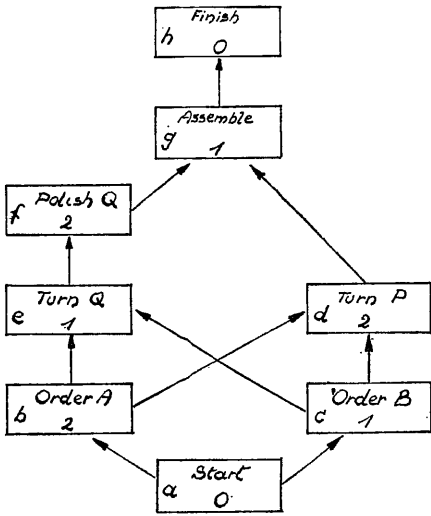


FIG. 11

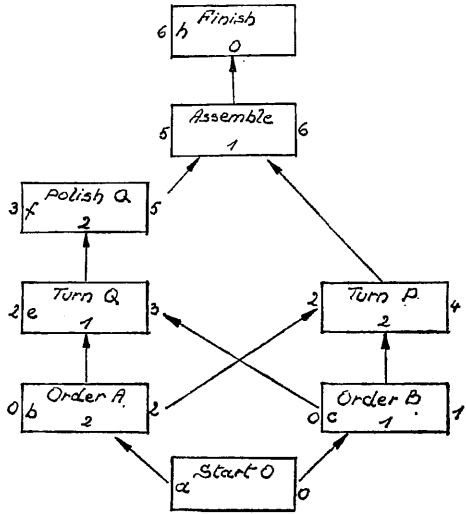


FIG. 12

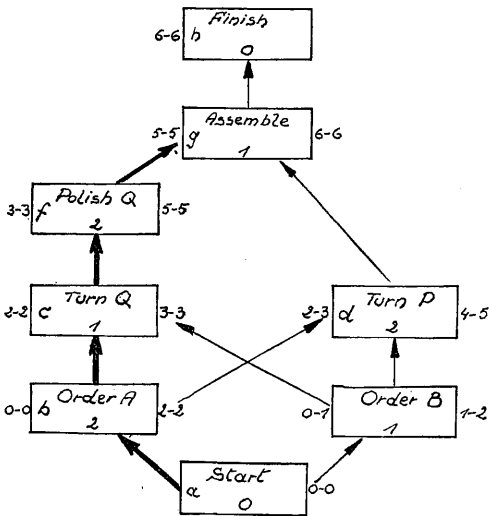


FIG. 13

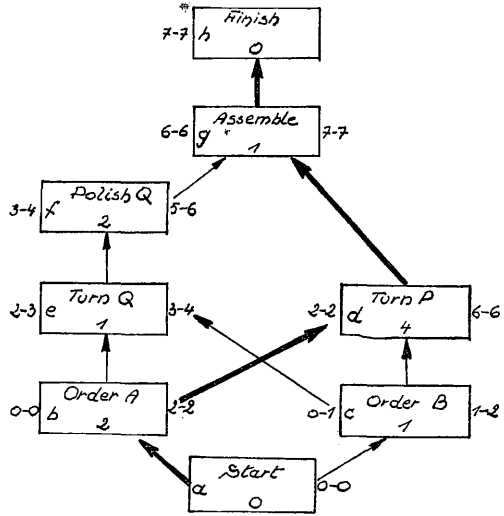


FIG. 14

Om de « *late start time* » (l.s.t.) te bepalen gaat men in omgekeerde richting te werk : we beginnen te rekenen vanaf « *finish* » en vermits we weten hoeveel tijd er nodig is om elke taak af te werken, kunnen we voor elke taak de l.s.t. berekenen.

#### *Bespreking :*

*De graad van vrijheid binnen een projekt wordt dus weergegeven door het verschil tussen de « early start time » (e.s.t.) en de « late start time » (l.s.t.). De term « slack time » duidt op deze graad van vrijheid.*

#### 3.4. *Definitie van « critical job ».*

« The « *slack time* » of a job is the difference bewteen its l.s.t. and its e.s.t. A job with 0 slack time is a CRITICAL JOB ». (p. 75). « A critical job is a bottleneck in the project ». (p. 76).

#### 3.5. *De « Critical path ».*

« A *critical path* is a path (following the arrows) from « start » to « finish » that consists entirely of critical jobs ». (p. 76). In de figuren 13-14 wordt de « *critical path* » aangeduid door een brede pijl.

Als stellingen kunnen bewezen worden :

1. iedere « *critical job* » heeft ten minste één « *critical immediate predecessor* » en ten minste één « *critical immediate successor* ».
2. ieder project heeft ten minste één « *critical path* ».
3. iedere « *critical job* » ligt op een of meer « *critical paths* ».

Figuur 16 toont een « *critical path* » voor 12 cursussen die in de loop van drie jaar moeten ingestudeerd worden. Aangenomen werd dat bepaalde cursussen niet kunnen ingestudeerd worden zonder vooraf inleidende cursussen door te maken.

#### 3.6. *Bespreking.*

1. Een « *critical job* » komt overeen met een welomschreven OUGHT.
2. Een « *critical path* » is een keten van OUGHT's.
3. In deze « *critical path analysis* » geldt de OUGHT uitsluitend *voor de faktor tijd*. Andere factoren worden hier blijkbaar niet behandeld.
4. Indien het projekt moet uitgevoerd worden in een minimumtijd (*target time*) dan is de eis van de Ought maximaal. Hieruit blijkt dat er dan in feite GEEN INDIFFERENCE aanwezig is betreffende de faktor tijd.

Er moet dus een bepaalde relatie bestaan tussen de termen OUGHT en INDIFFERENCE, relatie waarop naar ons weten, nog niemand heeft gewezen.

(De relatie tussen INDIFFERENCE en PREFERENCE is gebruikelijk in Preference-systemen maar niet in deontische systemen).

5. Een taak waarvan de « slack time » niet-nul is, is geen « critical job ». Men heeft dan immers de KEUZE tussen een uitvoering op een « early start time » (e.s.t.) of op een « late start time » (l.s.t.).

Volgens bepaalde opvattingen die geen onderscheid maken tussen CHOICE en PREFERENCE, kan men in dit geval beweren dat de PREFERENCE op vele plaatsen voorkomt in de Projectgraph. De Preference is dan in zekere zin een *negatie van de critical job*.

Vermits de « slack time » zich bevindt op alle plaatsen buiten de « critical path » kan men beweren dat de PREFERENCE thuishoort in het COMPLEMENT van de critical path.

6. Het is nochtans gebruikelijk in een deontisch systeem een relatie te leggen tussen OUGHT en PERMITTED (en niet tussen OUGHT en PREFERENCE). Welnu, aan de hand van het begrip « slack time » kan men eventueel de term PERMITTED *definiëren als een disjunctie van OUGHT's*.

Immers :

Job x moet uitgevoerd worden :

Ox

Job x moet uitgevoerd worden op tijd 1 of op tijd 2 :

Oxt1 v Oxt2

Dit laatste betekent zoveel als : het is toegelaten job x uit te voeren op t1 of op t2 :

Pxt1 v Pxt2

7. Met het begrip « free slack » kan zelfs een zekere MAAT toegekend worden aan de zoëven omschreven PERMITTED. (« Free slack measures the amount a job can be displaced assuming all other jobs are started as early as possible ».) (p. 82).

Immers wanneer een bepaalde job een « free slack » 3 heeft, dan kan dit (volgens 6) in een *driedelige disjunctie* neergeschreven worden : het is toegelaten die job uit te voeren op t1, of op t2 of op t3. Maar het is *verboden* die job uit te voeren op t4.

*Besluit :*

De maat die we hier voor PERMITTED voorstellen en die we uitdrukken in een zeker aantal disjuncties, geeft *de afstand* weer die gelegen is tussen OUGHT en FORBIDDEN.

Indien deze redenering juist is, dan kan ze naar onze mening uitgebreid worden aan de hand van « the logic of change » van VON WRIGHT<sup>(27)</sup>.

(27) von WRIGHT, G. H. Norm and action. London, Routledge & Kegan Paul, 1963.

Om de relatie met PREFERENCE te onderstrepen zouden we dan eerder de thesis van SCHOETERS nemen <sup>(28)</sup>. Hierin wordt immers een methode uitgewerkt om het *aantal* mogelijke disjuncties te berekenen. Elk der mogelijke disjuncties zou dan kunnen beschouwd worden als een Preferencesituatie.

8. Uiteraard is de verwantschap tussen deze « critical path scheduling » en de sleutelformule van LEMMON <sup>(29)</sup> nog groter. LEMMON immers introduceert in de « logic of change » de *faktor* « tijd » en formuleert zijn heptadikale relatie als volgt :

$$Ot1 \ xy \ ! \ (At2/Bt3)$$

d.w.z. :

O = Ought

t = time

! = bevel

/ = een wijziging uitvoeren.

dus :

x beveelt y

op ogenblik t1

om de wijziging A/B uit te voeren

van A op ogenblik t2

naar B op ogenblik t3

*Als kritiek* op deze formule zouden we echter willen wijzen op het feit dat deze heptadikale relatie niet specifiek is voor Ought. Men kan ze immers met eventueel recht schrijven voor FORBIDDEN (F) en voor PERMITTED (P) :

$$Ft1 \ xy \ ! \ (At2/Bt3)$$

d.w.z. : x *verbiedt* aan y op ogenblik t1 etc...

Vermits dus de formule van LEMMON niet zozeer specifiek is, kan men ze eventueel aanwenden om een PREFERENCE te formuleren.

$$x \ Prfr \ t1 \ (At2/Bt3)$$

d.w.z. :

x prefereert op ogenblik t1

de wijziging A/B uit te voeren

van A op ogenblik t2

naar B op ogenblik t3.

(28) SCHOETERS, H. von WRIGHTS deontic logic. *Studia Philosophica Gandensia*, 1966, n° 4. pp. 5-49, vooral pp. 17 e.v.

(29) LEMMON, E. J. Deontic logic and the logic of imperatives. *Logique et analyse*, n.s., XXIX, 1965. pp. 39-71.



Tevens is hier een verwantschap aan te wijzen met het intensioneel-pragmatisch systeem van MARTIN. We geven een overzicht van dit systeem in het hoofdstuk Algebraïsche Preference-systemen met subjektieve Probabiliteiten. We anticiperen echter met de volgende uitspraak :

X accepteert op ogenblik  $t$   
 het oordeel  $a$  van een taal  $L$   
 met een graad van acceptance  $\alpha$ .

Anderzijds is hier verwantschap met de « Logic of Preference » van VON WRIGHT. Zie het hoofdstuk : De « logic of change » als model voor Preference-theorieën (pp. 187-196).

Ten slotte wijzen we er nogmaals op dat we uitgegaan zijn van het begrip « slack time » uit de « critical path analysis » om tot deze formulering van Preference te komen. Daartoe was het nodig Preference te koppelen aan Permitted en Permitted te interpreteren als een disjunctie van Oughts.

9. Van zodra men zich uitgesproken heeft voor een bepaald project kan men een « project graph » opstellen met afgeleide Oughts', Permitted's en Forbidden's.

Men kan nochtans ook de vraag stellen naar de Preference voor een of ander project, m.a.w. naar de *Preference voor Oughts*.

- a. *Bij gelijkblijvend criterium* is de beslissing niet moeilijk. Immers, wanneer men moet kiezen tussen twee projecten die beide op het criterium nuttigheid gebaseerd zijn, kan men wellicht het project met de grootste nuttigheid onderscheiden van het andere.
- b. *Bij wijziging van criterium*.

Wanneer men moet beslissen tussen twee of meer projecten die elk op een ander criterium berusten (nut, macht, eer, genot, e.a.) dan zien we niet goed in volgens welk metakriterium men zou moeten beslissen.

Men zou elk der criteria moeten kunnen meten en deze resultaten vergelijkbaar maken. Wellicht blijft men dan rondcirkelen in een subjektieve evaluatie.

We menen dat met de Preference-systemen die in deze tekst besproken zijn, dit probleem niet kan opgelost worden.

Ook de Attitude-theorie van STEVENSON<sup>(30)</sup> stelt geen oplossing in het vooruitzicht en de kritiek van VERBRUGGEN<sup>(31)</sup> al evenmin. Men kan hieruit immers onmogelijk afleiden van wat men *bij voorkeur* (Preference) de anderen *moet* (Ought) overtuigen, gesteld dat men er de middelen toe heeft.

(30) STEVENSON, Ch. Ethics and language. New Haven, Yale Univ. Press, 1944.

(31) VERBRUGGEN, F. The attitude theory. *Studia philosophica gandensia*, I, 3, 1965. pp. 145-159.

## 4. VOTING COALITIONS, OUGHT EN PREFERENCE

De begrippen van de set-theorie vinden onder meer hun toepassing in vergaderingen die bij stemming beslissingen nemen.

## 4.1. Soorten koalities.

*De universele set* : de set van alle leden die deelnemen aan de stemming <sup>(32)</sup>.

*De winnende coalitie C* : een coalitie is winnend als ze over voldoende stemmen beschikt om er een maatregel door te krijgen.

*De minimaal winnende coalitie* : is een winnende coalitie die geen enkel winnende coalitie als sub-set bevat. Wanneer ze een lid verliest houdt ze op, winnende coalitie te zijn.

*De verliezende coalitie* : wanneer de leden die niet tot deze coalitie behoren er een maatregel kunnen doorkrijgen op eigen krachten, dan zegt men dat de oorspronkelijke coalitie een verliezende coalitie is.

*De blocking-koalitie* : als de leden van de coalitie hun maatregel er niet kunnen doorkrijgen, en als ook de leden die niet tot deze coalitie behoren dit niet kunnen, dan heeft men een blocking-koalitie.

*De diktator* : is een lid dat op zichzelf een winnende coalitie vormt.

*Een lid met Veto-macht* : een lid heeft veto-macht als het op zichzelf een blocking coalitie vormt.

*Een lid zonder macht* : een lid heeft geen macht als een willekeurige winnende coalitie waartoe het behoort, winnende coalitie is zonder dat lid.

## 4.2. De logische relatie tussen deze set-theoretische termen.

1. Het complement van een winnende coalitie is een verliezende coalitie en omgekeerd.
2. Het complement van een blocking-koalitie is een blocking-koalitie.
3. Iedere set die een minimaal winnende coalitie als sub-set heeft is een winnende coalitie.

4.3. Enkele Stellingen volgens WILLIAMS <sup>(33)</sup>.

1. Als een comitee een diktator heeft als lid, dan hebben de overblijvende leden geen macht.
2. Twee willekeurige minimaal winnende koalities hebben minstens één lid gemeenschappelijk.

(32) KEMENY, J., SCHLEIFER, A., SNELL, J., THOMPSON, G. : Finite mathematics with business applications. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1964. p. 68 e.v.

(33) WILLIAMS, C. M. Cumulative voting for directors. Boston, Harvard Graduate School of Business Administration, 1951.

3. Als een lid veto-macht heeft en als hij samen met een ander lid een beslissing kan nemen, dan is de verdeling van de overblijvende stemmen irrelevant.

4.4. *Bespreking : Een verband tussen OUGHT en PREFERENCE.*

Deze set-theorie lijkt ons geschikt om een verwantschap aan te tonen tussen begrippen die in vele systemen elk afzonderlijk worden onderzocht, nl. : PREFERENCE, WINNING COALITION, DECISION, OUGHT en ACCEPTANCE.

Laten we het volgende voorop zetten : Zoals de Preference de Values fundeert, zo fundeert de Decision van de Winning Coalition de OUGHT.

Indien dus het oordeel (a) een Ought (a) is, dan behoort dat oordeel (a) tot de klasse der voorleden van de Preference-relatie van een winnende coalitie.

We nemen volgende symbolen :

C = winning coalition  
O = Ought

We nemen het systeem van MARTIN <sup>(34)</sup> als uitgangspunt en schrijven :  
Oa impliceert C Prfr a,b.

Oa impliceert dat de winning coalition (C) de a Prefereert boven b. De relatie tussen Ought en Acceptance is wellicht nog enger :

Oa impliceert C Acpt a, F, t,  $\alpha$ .

Hiermee wordt bedoeld : Ought a impliceert dat de winning coalition C het oordeel a accepteert, op ogenblik t en met een graad alfa, en dat het oordeel a behoort tot de virtuele klasse F. (zie MARTIN) <sup>(34)</sup>.

Nemen we nu uit het systeem van ANDERSON stelling OM43 (genoemd naar THOMAS VAN AQUINO) (O = OUGHT, F = FORBIDDEN) :

OM43 :  $((p \rightarrow Oq) \& Fq) \rightarrow Fp$

*We interpretern :*

« Voor alle systemen XY geldt : als X uit p een plicht q afleidt, en als de term q in Y als « verboden q » fungeert, dan is niet alleen q maar zelfs p verboden, zowel voor X als voor Y. » m.a.w. De PREFERENCE van Y domineert.

We kunnen ons nu afvragen hoe het komt dat er bij de Ought over geen graad van Acceptance wordt gesproken. We zouden als werkhypothese het volgende willen vooropzetten :

De winning coalition (C) accepteert met graad alfa ( $\alpha$ ).

De losing coalition (niet C) accepteert met graad  $1 - \alpha$ .

(34) MARTIN, R. M. : Intension and decision. 1963. (wordt later als geheel besproken).

Vermits C wint is  $\alpha$  groter dan  $1 - \alpha$ . Het feit van te verliezen betekent dan eventueel dat  $(1 - \alpha) = \text{zero}$ , van zodra de maatregel genomen is.

De uitdrukking Ought a zou dus betekenen: een Acceptance van een winning Coalition met een graad  $\alpha$  die bij definitie steeds gelijk is aan 1. Dus:

Ought a  $\rightleftharpoons$  C acpt a, F, t, ( $\alpha = 1$ ).

#### 4.5. De definitie van PERMITTED.

We nemen volgende symbolen:

BC = blocking coalition

P = permitted

Vermits het complement van een blocking coalition eveneens een blocking coalition is, zo kunnen we aan beiden dezelfde graad van Acceptance toeschrijven:

$$\alpha = (1 - \alpha)$$

Het oordeel a is Permitted als een blocking coalition BC het oordeel a uit een virtuele klasse F accepteert op ogenblik t met een graad  $\alpha = (1 - \alpha)$

$$Pa = BC \text{ Acpt } a, F, t, \alpha = (1 - \alpha)$$

We wijzen er hier op dat de situatie bij een blocking coalition niet mag gelijkgesteld worden aan INDIFFERENCE maar veeleer aan AMBIVALENCE. Dit is meteen een kritiek op MARTIN. Immers, er is bij de beide oppositiepartijen wel degelijk een Preference aanwezig met vermoedelijk een relatief grote graad van intensiteit. De Preference ordeningen zijn alleen maar niet verenigbaar.

#### 4.6. De definitie van FORBIDDEN.

We nemen aan dat het begrip « verwerpen van een oordeel a » adequaat uitgedrukt wordt door:

Acceptance met een graad  $\alpha = 0$

Het oordeel a is Forbidden als een winning coalition C het oordeel a uit een virtuele klasse F accepteert op ogenblik t met een graad  $\alpha = 0$

$$\text{Forbidden } a = C \text{ Acpt } a, F, t, \alpha = 0$$

*Besluit:*

We hebben dus aangetoond dat het door ons gesuggereerd deontisch systeem vertaalbaar is in termen van een Preference-theorie.

In de volgende hoofdstukken zullen verschillende Preferencetheorieën geanalyseerd en besproken worden. Het zal slechts in de loop van het be-

toog mogelijk zijn de argumenten aan te voeren waarom we een zekere Preference hebben voor bepaalde Preferencetheorieën en niet voor andere.

## 5. PREFERENCE IN SYSTEMEN VAN HET ORDINAAL TYPE

### 5.1. *De ordinale utiliteitsfunctie van PARETO.*

Tot  $\pm$  1900 werkte men bijna uitsluitend met kardinale nuttigheidsfuncties in de economie. Sinds PARETO (1906) ging men echter inzien dat veel belangrijk werk kon gedaan worden met ordinale nuttigheidsfuncties.

Tot op heden duurt de strijd tussen beide strekkingen onverminderd voort. In feite wenst men metingen vast te leggen die strenger zijn dan ordinale schalen en zwakker dan intervalschalen. *Het hele probleem* ligt hier in het feit dat men over *geen enkele natuurlijke groep* van transformaties beschikt die als model kan dienen voor metingen tussen beide voornoemde schalen.

De essentie van deze Preference-theorieën heeft betrekking op het *kwalitatief* karakter van de Preferentiële ordening. Typische vertegenwoordigers zijn hier vooral WOLD & JUREEN (1953) <sup>(35)</sup> en UZAWA (1960) <sup>(36)</sup>.

Vermits we deze opvattingen zullen uiteenzetten uitgaande van ARROW, geven we hier slechts algemeenheden.

Onderstel dat een verbruiker een inkomen  $M$  heeft op het ogenblik  $t_0$ . Met dit inkomen streeft hij naar een bundel van nuttigheden. Deze bundel kan als een  $n$ -dimensionale vektor  $x = (x_1, \dots, x_n)$  geschreven worden.

Men stelt dat *bundel  $x$  groter is dan  $x'$* .

In symbolen,  $x > x'$ , als voor elke  $i$ ,  $x_i \geq x'_i$  en voor een of andere  $i$ ,  $x_i > x'_i$ . De Preference-relatie  $P$  is analoog hieraan.

De keuze der nuttigheden wordt bepaald door :

- het inkomen  $M$  van de verbruiker
- de marktprijzen  $p_i$
- de structuur van de Preferencerelatie  $P$ .

Vermits men vertrekt van een zwakke orderrelatie, heeft men nog een relatie  $I$  (Indifference) nodig. Als basisgelijkheid stelt men :

$$\begin{aligned} xRy &= xPy \text{ of } xIy \\ xIy &= xRy \text{ en } yRx \\ xPy &= xRy \text{ en niet } yRx. \end{aligned}$$

35) WOLD, H. & JUREEN, J. Demand analysis, a study in econometrics. New York, Willey, 1953.

36) UZAWA, H. Preference and rational choice in the theory of consumption. in : ARROW, K., KARLIN, S. & SUPPES, P. : Mathematical methods in the social sciences. Stanford, Stanford Univ. Press, 1960. pp. 129-148.

## 5.2. Vier postulaten.

De volgende postulaten betreffende de structuur van de (zwakke) Preference relatie R verzekeren het bestaan van een nuttigheidsfunctie (LUCE & SUPPES, p. 260) :

1. *Transitivity* : if  $xRy$  and  $yRz$ , then  $xRz$
2. *Connectivity* :  $xRy$  or  $uRx$
3. *Nonsatiety* : if  $x > y$ , then  $xPy$
4. *Continuity* : if  $xRy$  and  $yRz$ , then there is a real number  $\lambda$  such that  $0 \leq \lambda \leq 1$  and  $(\lambda x + (1 - \lambda)z)Iy$ .

*Opmerkingen :*

*Axioma 3* is slechts realistisch indien men *een deel* van de reeks nuttigheden beschouwt.

*Axioma 4* vindt men slechts bij auteurs die wensen over te gaan van de zwakke ordening naar een numerieke functie.

## 5.3. Bespreking : Kritiek op Axioma 4.

1. Het probleem van de *numerieke voorstelling* van Preferences is niet opgelost door het theoretisch bestaan te bewijzen van een numerieke nuttigheidsfunctie. We zullen in een afzonderlijk hoofdstuk handelen over de logische fundering van psychologische metingen. De argumenten van Strange Ross lijken ons krachtig genoeg om dit numeriek karakter te betwijfelen. (zie aldaar).

2. Om te weten in hoeverre men de numerieke methode mag toepassen moet men weten *hoe uniek* de nuttigheidsfunctie is.

3. De *geringe bruikbaarheid voor economie en psychologie* wordt hier toegegeven, maar om andere redenen : « The restriction of the domain of utility functions to *n-dimensional* commodity spaces is *not desirable* even in economics, and it is certainly *unacceptable* in psychological investigations of *preference and choice* ». (LUCE & SUPPES, p. 262).

## 5.4. De Preference-theorie van ARROW en de sociaal-ekonomische implicaties.

De auteur onderzoekt in dit werk <sup>(37)</sup> de formele aspecten en problemen die zich voordoen wanneer een collectieve preferentieschaal moet opgebouwd worden, uitgaande van individuele waardebeoordeling.

### 5.4.1. The paradox of voting.

Onderstellen we dat er drie individuen zijn (1, 2 en 3) en drie alternatieven (A, B en C).

(37) ARROW, K. J. Social choice and individual values. New York, Wiley, 1963.

Onderstel :

- Indiv. 1 : Prfr A boven B, en Prfr B boven C ; dus Prfr A boven C
- Indiv. 2 : Prfr B boven C, en Prfr C boven A ; dus Prfr B boven A
- Indiv. 3 : Prfr C boven A, en Prfr A boven B ; dus Prfr C boven B

Hieruit zou men verkeerdelijk afleiden :

- een meerderheid Prfr A boven B
  - een meerderheid Prfr B boven C
  - Dus : een meerderheid Prfr A boven C
- Immers, er is ook een meerderheid die C verkiest boven A.

Deze methode vervult dus niet de voorwaarde van rationaliteit zoals we die gewoonlijk verstaan. Het probleem omtrent de collectieve rationaliteit werd onderzocht o.m. door KNIGHT<sup>(38)</sup>

#### 5.4.1.1. *Het centraal probleem van de Welvaartseconomie.*

Hetzelfde probleem staat centraal in de welvaartseconomie indien men een sociaal maximum wil afleiden uit de optelling van individuele Preferences. Immers, wanneer we interpersonele nuttigheidsvergelijkingen als uitgangspunt aanvaarden, dan zou men deze eventueel kunnen ordenen en de som van de individuele nuttigheden bepalen.

Op deze wijze poogde J. BENTHAM een sociale utiliteitsfunctie op te bouwen. Sindsdien hebben talrijke economen gepoogd een sociale keuze te baseren op de som van individuele nuttigheden. We vermelden : LANGE, O. (1934), KALDOR (1939), HICKS (1939), SAMUELSON (1947), MARSHALL (1949) e.a. De meest systematische analyse van het *formeel* werk over welvaartseconomie vindt men bij REDER<sup>(39)</sup>.

#### 5.4.1.2. *Het standpunt van ARROW.*

In tegenstelling tot voornoemde auteurs verdedigt ARROW hier volgende standpunten :

1. *Het meten* van individuele nuttigheid *heeft geen zin* en is niet relevant voor sociale welvaartsfuncties : Interpersonele vergelijking van nuttigheden heeft dus geen zin (p. 4).

2. Indien men interpersonele nuttigheden vergelijkt en optelt sluipten *steeds waarde-oordelen* binnen in de redenering. (p. 4).

(38) KNIGHT, F. : *The planful act : The possibilities and limitations of collective rationality.* New York, Harper, 1947.

(39) REDER, M. *Studies in the theory of welfare economics.* New York, Columbia Univ. Press, 1947.

3. Het meten van nuttigheden, op basis van de resultaten van von NEUMANN & MORGENSTERN, is door allen die dit meten voorstaan, verkeerdelijk begrepen. Dit meten is voor de etiek niet significant (p. 10).

4. Zelfs indien men om een of andere reden de meetbaarheid zou aanvaarden, dan nog blijkt het probleem van het optellen der individuele nuttigheden onopgelost. (Het aggregatieprobleem).

5. ARROW toont aan dat voor het aggregatieprobleem geen oplossing mogelijk is. De verschillende voorwaarden om tot een sociale welvaartsfunctie te komen werden geformaliseerd zodat hun bewijskracht maximaal is. Aangetoond wordt dat de *welvaartsfunctie* op één of andere manier *moet opgedrongen worden*, zoniet zijn de voorwaarden onderling inconsistent.

6. Nadien wordt het principe van PARETO als uitgangspunt genomen om tot hetzelfde resultaat te komen. Vermits de meeste *tegenstanders* van ARROW eveneens uitgaan van PARETO, worden meteen hun theorieën hierdoor *weerlegd*. Het was niet onze bedoeling de gang van de redenering in al zijn nuances weer te geven (om aldus alle weerlegde standpunten te kunnen citeren...).

In het laatste deel, dat vooral aan de actuele polemieken is gewijd, hebben we ons hoofdzakelijk beperkt tot al wat betrekking heeft op het meten van de *intensiteit* van de *Preference*.

#### 5.4.2. *Het systeem van ARROW is van Ordinaal type.*

##### *Semantiek en Syntaxis.*

De alternatieven  $x, y, z, \dots$ , zijn onderling exclusief.

$S$  is de set van geldige alternatieven.  $S$  omschrijft dus het veld of environment.

$C(S)$  het alternatief of de alternatieven gekozen uit  $S$ .

$xRy$  betekent:  $x$  is preferred or indifferent to  $y$

$xPy$  betekent :  $x$  is preferred to  $y$ .

$xIy$  betekent :  $x$  is indifferent to  $y$ .

De disjuncties zijn niet-exclusief.

*Axioma I*: Voor elke  $x$  en  $y$ , ofwel  $xRy$  ofwel  $yRx$ .

Twee willekeurige alternatieven zijn vergelijkbaar. De relatie  $R$  is connex.

De relatie  $R$  duidt op een zwakke orde-betrekking.

*Axioma II*: Voor elke  $x, y$  en  $z$ ,  $xRy$  en  $yRz$  impliceert  $xRz$ .

De relatie  $R$  is transitief.

*Definitie 1*:  $xPy$  betekent bij bepaling: niet  $yRx$

*Definitie 2*:  $xIy$  betekent:  $xRy$  en  $yRx$

##### *Lemma 1*:

(a) Voor elke  $x$  geldt  $xRx$ .

(b) Als  $xPy$ , dan  $xRy$ .



- (c) Als  $xPy$  en  $yPz$ , dan  $xPz$ .
- (d) Als  $xIy$  en  $yIz$ , dan  $xIz$ .
- (e) Voor elke  $x$  en  $y$ , ofwel  $xRy$  ofwel  $yPx$ .
- (f) Als  $xPy$  en  $yRz$ , dan  $xPz$ .

*Definitie 3:*  $C(S)$  is de set van alle alternatieven  $x$  in  $S$  zó dat, voor elke  $y$  in  $S$ ,  $xRy$ .

Immers, ieder element uit  $C(S)$  is Indiff. voor alle elementen van  $C(S)$  en is tevens geprefereerd boven alle elementen van  $S$  die niet tot  $C(S)$  behoren. Er is bovendien geen element  $z$  in  $S$  zó dat  $zPx$ .

*Lemma 2:*

Voor  $xPy$  is het een noodzakelijke en voldoende voorwaarde dat  $x$  het enig element is van  $C((x,y))$ .

Uit het voorgaande volgt de definitie voor  $xIy$ . Immers, indien  $C((x,y))$  zowel  $x$  als  $y$  bevat en indien noch  $xPy$  noch  $yPx$ , dan  $xIy$ .

*Bespreking:*

A. Dit systeem heeft o.m. volgende voordelen:

1. door de relaties  $xIy$  en  $xRy$  kunnen ook ondeelbare variabelen in de ordening opgenomen worden.
2. de relatie  $xRy$  kan aangewend worden als éénvoudige utiliteitsfunctie van het type

$$U(x) \geq U(y)$$

zonder de structuur van het systeem te wijzigen.

B. Het begrip « rationele keuze-bepaling » werd vastgelegd in de Axioma's I en II.

1. Het hoofddoel is nu een orde-betrekking  $R$  te construeren voor de samenleving als geheel zó, dat aan Axioma's I en II voldaan wordt.
2. Bovendien wil ARROW de drie alternatieven behouden. Hij is er namelijk van overtuigd dat hierdoor de term « rationele keuze » zijn volwaardige dimensie krijgt. De methode uit de speltheorie, waar achtereenvolgens gekozen wordt tussen paren van alternatieven, wordt als een speciaal geval beschouwd van rationeel gedrag.

5.4.3. *Een Welbaartsfunctie op basis van individuele Preferenceschalen is onmogelijk.*

In de definities 4, 5, 6 en de voorwaarden 1, 2, 3, 4, 5 omschrijft ARROW zijn standpunt over de sociaal-ekonomische welvaartsfunctie.

In *Definitie 4* wordt het standpunt van het Individualisme aangenomen : voor ieder paar sociale toestanden is de sociale choice-functie  $R$  (als een soort grondwet op te vatten), afhankelijk van de ordebetrekkingen van *alle individuen*  $R_1, \dots, R_n$ . m.a.w. het principe van PARETO : een unanimité van individuele Preferences impliceert een sociale Preference.

In *Voorwaarde 1* wordt bepaald dat iedere logisch mogelijke set (dus ook de sociale choice-functie) opgebouwd kan worden vanuit een set  $S$  van drie alternatieven, m.a.w. het principe van de *Soevereiniteit van de individuen*.

*Voorwaarde 2* zegt dat het individueel stemmen voor een bepaald alternatief het gebruikelijk effect heeft dat dit alternatief met meer zekerheid zal aanvaard worden als sociale choice-functie, m.a.w. het principe van de *Positieve associatie van sociale met individuele Values*.

*Voorwaarde 3* aanvaardt de onafhankelijkheid van de *irrelevante alternatieven*. Als  $S$  de set  $(x, y)$  is, bestaande uit twee alternatieven, dan wordt de keuze slechts bepaald op basis van de Preferences van de individuen voor wat betreft  $x$  en  $y$ .

*Voorwaarde 4* : De sociale choice-functie mag niet opgedrongen worden. Ze is onafhankelijk van de individuele ordebetrekkingen  $R_1, \dots, R_n$ .

Deze 4de voorwaarde drukt dezelfde idee uit als BERGSON's <sup>(40)</sup> fundamentele value-proposities voor individuele Preference : indien voor twee alternatieven alle individuen op één na Indifferent zijn, dan moet de samenleving hetzelfde prefereren als dat ene individu.

*Definitie 5* : Een sociale welvaartsfunctie wordt « *opgedrongen* » genoemd als, voor een paar van onderscheiden alternatieven  $x$  en  $y$ , de sociale ordebetrekking  $R$  steeds  $xRy$  is, onafgezien van de individuele ordebetrekkingen  $R_1, \dots, R_n$ . m.a.w. als de samenleving nooit haar Preference kan uitdrukken voor  $yRx$ .

*Voorwaarde 4* wenst een opgedrongen welvaartsfunctie uit te schakelen.

*Definitie 6* : Een sociale welvaartsfunctie wordt « *dictatoriaal* » genoemd als er een individu  $i$  bestaat zó dat, voor alle  $x$  en  $y$ ,  $xP(i)y$  impliceert  $xPy$ , ongeacht de ordebetrekkingen  $R_1, \dots, R_n$  van de andere individuen.

*Voorwaarde 5* : De sociale welvaartsfunctie mag niet dictatoriaal zijn.

#### *Bespreking :*

De 5 voorwaarden zijn blijkbaar redelijke voorwaarden om een welvaartsfunctie op te bouwen. Het zijn evenwel waardeoordelen. Ze kunnen als zodanig in twijfel getrokken worden. Samengenomen drukken ze de be-

(40) BERGSON, A. A reformulation of certain aspects of welfare economics. 1938, pp. 310-334 p. 318-320.

grippen uit van *rationaliteit* en van *soevereiniteit* der individuen. Er dient opgemerkt te worden dat elke poging om utiliteiten interpersoneel te vergelijken of op te tellen, van de hand wordt gewezen door ARROW.

De fundamentele vraag kan nu als volgt geformuleerd worden: zijn de begrippen RATIONALITEIT en SOEVEREINITEIT verenigbaar of niet in dit systeem?

ARROW formuleert dan in dezelfde stijl talrijke varianten: definities (7 tot 12), lemma's (3 tot 6) en stellingen (1 tot 3). Ze geven telkens contradicties als output zodat hij besluit dat de votingparadox en het aggregatieprobleem onoplosbaar zijn in dit systeem.

#### *Stelling 1:*

Deze stelling is in zekere zin de logische fundering van het *Anglo-Amerikaanse twee-partijensysteem* (twee alternatieven). Aan Voorwaarde 1 kan nochtans niet voldaan worden zolang voor de votingparadox geen oplossing werd gevonden.

#### *Stelling 2:*

Ook voor drie alternatieven en eventueel twee individuen moet elke sociale welvaartsfunctie die aan de Voorwaarden voldoet *ofwel opgedrongen ofwel dictatoriaal* zijn.

#### *Stelling 3 en Lemma 4:*

Beide zijn merkwaardig omdat ze een relevante interpretatie vinden in de economie. Immers, onder de vraag wordt verstaan: de reeks van de hoeveelheden van een nuttigheid die men tijdens de volgende periode bereid is te kopen tegen diverse hypothetische prijzen. <sup>(41)</sup>

Het is trouwens hierop dat *Lemma 4* duidt: Onderstel dat, van alle mogelijke paren van alternatieven, de keuzen tussen sommige paren van te voren zijn gefixeerd en dit op een consistente wijze zó dat de relatie tussen  $x$ ,  $y$  en  $z$  transitief is. Onderstel niettemin dat er een set  $S$  van alternatieven is zó dat de keuze tussen geen enkel paar ervan van te voren voorgeschreven is. *Lemma 4* neemt aan dat de marginale nuttigheden dan positief blijven.

ARROW vermeldt nog het standpunt van GUILBAUD. Hierin wordt de transitiviteit verzwakt doordat de Preference slechts betrekking heeft op twee alternatieven. *Tegelijk moet echter de eis voor Kollektieve Rationaliteit wegvallen.* (in <sup>(42)</sup>).

(41) VAN MEERHAEGE, M. Handboek van de economie. Leiden, Stenfert Kroese, 1962. p. 65.

(42) KNIGHT, F. H. (Ed.) Freedom and reform. New York, Harper and Bros, 1947.

MURAKAMI (43) wees erop dat het probleem van ARROW een oplossing heeft op voorwaarde dat er een uitgesproken meerderheid is *bij elke stap* van stemmingen over paren van alternatieven.

*Bespreking :*

Een ander probleem is het volgende : vooraleer men in dit systeem kan vragen naar Preferentiële ordening, moet de lijst van de alternatieven reeds opgesteld zijn. In feite ligt de uitslag reeds van te voren grotendeels vast van zodra men het semantisch gedeelte heeft opgelost.

5.4.4. *Het Meten van de Intensiteit van de Preference.*

De stemmingen en andere vormen van politieke activiteiten kunnen beschouwd worden als interpersonele metingen van de intensiteit van de Preference. (p. 113).

Laat  $x$  en  $y$  de twee alternatieven voorstellen. Laat  $v$  het stemmen zijn en  $(x,v)$  de combinatie van alternatief  $x$  en het stemmen.

Als nu iemand  $(x,v)$  prefereert boven  $y$ , dan moet zijn Preference voor  $x$  boven  $y$  ten minste groter zijn dan de « disutility of voting »  $(c(v))$ .

Klaarblijkelijk gelden dan :

$$\begin{aligned} U(x) - c(v) &> U(y) \\ U(x) - U(y) &> c(v) \end{aligned}$$

Welnu, situaties waarin men zich de moeite niet getroost om aan de stemming deel te nemen, geven dus enig inzicht over de maat van de intensiteit waarmee alternatieven geprefereerd worden.

Een overzicht van de problemen in verband met Preference en verkiezingen vindt men in de uitgebreide bibliografie van RIKER (44).

5.4.5. *Onze Besluiten :*

Het is niet mogelijk een welvaartsfunctie op te bouwen op basis van individuele Preference-schalen, noch met twee alternatieven, noch met meer dan twee alternatieven.

*Er bestaat dus geen enkele voting-methode die de « paradox of voting » kan overwinnen.* Noch het meervoudig kiesstelsel, noch enig schema van proportionele vertegenwoordiging, hoe ingewikkeld ook, kunnen deze paradox overwinnen. Om dezelfde reden scheidt ook het marktmechanisme geen rationele sociale keuze.

(43) MURAKAMI, Y. Some logical properties of Arrowian social welfare function. The journal of Economic behavior. I,1, 1961. pp. 77-84.

(44) RIKER, W. Voting and the summation of preferences. An interpretive bibliographic review of selected developments during the last decade. American political science review. LV, 1961. pp. 900-911.

Indien we dus de mogelijkheid voor interpersonele nuttigheidsvergelijkingen uitsluiten, dan is de *enige methode* — om op bevredigende wijze van individuele smaak naar sociale Preferences over te gaan — *opgedrongen of dictatoriaal*.

De leer van de soevereiniteit der kiezers is dus onverzoenbaar met die van de collectieve rationaliteit. Meteen is aangetoond hoe groot het aandeel is van de ideologie in theorieën omtrent democratische beslissingen.

## 6. PREFERENCE IN SYSTEMEN MET HIGHER ORDERED METRICS

Deze term van COOMBS (1950) duidt op een schaal die strenger is dan de ordinale schalen maar zwakker dan intervalschalen.

### 6.1. De aard van de meting.

Van twee paren van alternatieven wordt een Preferencerelatie gevraagd. In nuttigheidsverschillen uitgedrukt :

Als

$$u(a) + u(b) \geq u(c) + u(d)$$

dan

$$u(a) - u(d) \geq u(c) - u(b)$$

SUPPES & WINET (1955) hebben in dit verband enkele tests bedacht uitgaande van het feit « *that amount of money is a monotonic increasing function of utility difference. A linear relationship is not required* ». (LUCE & SUPPES, p. 273).

Die methode die hier wordt angewend bestaat uit het meten van Preference-verschillen door middel van metingen van de (subjektieve) afstand van de entiteiten.

De bedoeling is de mogelijkheden te onderzoeken van de « *higher-ordered metric scale* ». (De afstand tussen A en B stelt men voor door  $\overline{AB}$ ). Voorbeeld :

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \hline \end{array}$$

Waaruit :

$$\overline{AD} > \overline{BD} > \overline{CD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$$

### 6.2. Bruikbaarheid bij electorale problemen.

Uit de testen die werden afgenomen kon men afleiden dat het meten van verschillen in Preference volgens deze methode « *increases the accuracy of measurement and could possibly lead to better prediction* ». (p. 96) <sup>(45)</sup>.

(45) GUTHRIE, G. M. BECKER, S. & SIEGEL, S. Preferences and Differences in pre-

*Bespreking :*

Dit is één van de weinige voorbeelden die geen ingewikkelde mathematische (of andere) modellen koppelen aan de ordening zelf. De berekeningen hebben slechts betrekking op het uitrekenen van het percentage der proefpersonen dat een (volkomen of partiëel) gelijke ordening maakte.

Voor de bespreking van het belang van dit standpunt verwijzen we naar ons afzonderlijk hoofdstuk over « Metingen » (pp. 176 e. v.).

## 7. PREFERENCE-SYSTEMEN VAN HET KARDINAAL OF ADDITIEF ORDERINGSTYPE

### 7.1. *De oorsprong van deze methode ligt in de economie.*

In de klassieke economische literatuur betreffende nuttigheid is het belangrijk een onderscheid door te voeren tussen systemen met ordinale en systemen met kardinale nuttigheidsfuncties. De term « kardinaal » wijst op de mogelijkheid van optelling, op het toekennen van een getal voor de nuttigheid binnen een lineaire transformatie, of op de uniekheid van die nuttigheid.

Uitgegaan wordt van de opvatting dat de nuttigheid van een bundel  $(x_1, \dots, x_n)$  gelijk is aan de som van de nuttigheden van de individuele componenten :

$$u(x_1, \dots, x_n) = u_1(x_1) + \dots + u_n(x_n).$$

De additieve nuttigheidsopvattingen werden oorspronkelijk bijna uitsluitend aangewend in de economie. Sinds PARETO zijn echter velen voorstander geworden van orderelaties.

Enkele recente werken over Preference en Choice in de psychologie gaan opnieuw aansluiten bij het additief standpunt. Het is de bedoeling aan de « *higher ordered metrics* » een numerieke *interpretatie* te geven.

Een van de belangrijkste opgaven bestaat erin een eindige klasse te definiëren van *lineair homogene ongelijkheden*. De belangrijkste grondstelling luidt als volgt :

$$aPb \text{ if and only if } u(a) > u(b) + 1$$

Volgende auteurs vertegenwoordigen dit standpunt : LUCE (1956), SUPPES & SCOTT (1958), ADAMS & FAGOT (1959), DEBREU (1960), ADAMS (1963), LUCE & TUKEY (1964).

ference for political candidates in : MESSICK, S. & BRAYFIELD, A. (Eds.) *Decision and choice*. New York, Mc Graw-Hill, 1964 pp. 90-97.

### 7.2. *Bespreking : Kritiek op de grondstelling.*

Uit de Value-theoriën is gebleken dat het introduceren van *een eenheid voor Values* problematisch is.

Onder invloed van Ross nemen we aan dat al deze axioma's en stellingen die wel degelijk wiskundig verantwoord zin, wellicht in geringere mate het fundamentele van een Preference-structuur karakteriseren. (zie het hoofdstuk over het meten).

Deze numerieke interpretaties kunnen zich natuurlijk op BENTHAM, J. beroepen. Daarom zou men eventueel van hieruit een kritiek kunnen leveren.

Het lijkt ons nochtans boeiender na te gaan in hoever de wiskundige modellen zelf een volkomen en onbetwistbare definitie kunnen krijgen. Om deze reden geven we hier een bondig overzicht van enkele problemen uit de filosofie van de wiskunde.

### 7.3. *Problemen en Kritiek in verband met wiskundige modellen waarop Preference-theorieën van het additief type beroep doen.*

« Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes ». (DEDEKIND).

#### *De volledige inductie :*

Wanneer bewezen moet worden dat elk natuurlijk getal de eigenschap E bezit, dan gaat men daartoe zeer vaak op de volgende wijze te werk <sup>(46)</sup> :

1. Men bewijst : het natuurlijk getal 1 bezit de eigenschap E.
2. Men bewijst : bezit het natuurlijk getal  $n$  de eigenschap E, dan bezit ook het natuurlijk getal  $n + 1$  de eigenschap E.

Men kan klaarblijkelijk voor elk natuurlijk getal  $n$  op soortgelijke wijze te werk gaan.

Is door deze redenering een afdoende fundering van het *bewijs voor volledige inductie* gegeven?

POINCARÉ meent van niet. Immers, voor elk natuurlijk getal moet men aldus een kettingredenering opstellen met  $n$  leden, waarop het eerste luidt : « het getal 1 bezit de eigenschap E » en het laatste : « bezit het getal  $n - 1$  de eigenschap E, dan ook het getal  $n$  ».

POINCARÉ meent dat deze redeneerwijze door volledige inductie in het getal niet voor *logische* rechtvaardiging vatbaar is. Ze berust, zegt hij, op een bijzondere intuïtie, die echter voor de *wiskunde* fundamenteel is.

Inmiddels is het mogelijk gebleken, de toepassing van de redeneerwijze der volledige inductie op *logische wijze* te funderen.

(46) BETH, E. W. Wijsbegeerte der wiskunde. Antwerpen, Standaard Boekhandel, 1948. p. 23 e.v.

*Welke definitie sluit aan bij het bewijs door volledige inductie?*

We stellen vast dat de termen van een rij getallen op de volgende wijze worden vastgelegd :

1. aan  $a_1$  wordt een bepaalde waarde toegekend.
2. de term  $a_{n+1}$  wordt uitgedrukt in de term  $a_n$ .

Op deze wijze wordt blijkbaar de waarde van elke term van de rij on-dubbelzinnig bepaald.

#### 7.4. De Axioma's van PEANO.

Een dergelijke methode doet beroep op de DEFINITIE door RECURRENTIE.

PEANO wendde deze recurrente methode aan om het systeem van de natuurlijke getallen logisch te karakteriseren.

*Axioma's van PEANO* (47).

1.  $0 \in \mathbb{N}$
2.  $(x \in \mathbb{N}) \rightarrow ((x + 1) \in \mathbb{N})$
3.  $((x, y \in \mathbb{N}) \ \& \ (x + 1 = y + 1)) \rightarrow (x = y)$
4.  $(x \in \mathbb{N}) \rightarrow \overline{(x + 1) = 0}$
5.  $((\forall s \in \mathbb{C}1s) \ \& \ (\forall s \in \mathbb{S}) \ \& \ ((y)) \ ((y \in \mathbb{S}) \rightarrow '(y + 1) \in \mathbb{S})))) \rightarrow ((z \in \mathbb{N}) \rightarrow (z \in \mathbb{S}))$

Deze axioma's worden als volgt gelezen :

1. 0 is een natuurlijk getal.
2. als  $x$  een natuurlijk getal is, dan is  $x + 1$  een natuurlijk getal.
3. zijn  $x$  en  $y$  natuurlijke getallen  
en is  $x + 1 = y + 1$   
dan is  $x = y$
4. is  $x$  een natuurlijk getal, dan is het niet zo dat  $x + 1 = 0$
5. hier wordt het principe van de volledige inductie omschreven.

#### 7.5. Verband met uitspraken uit de etische taal: LUCE (1956), SUPPES & SCOTT (1958), ADAMS (1963).

- A. De axioma's van PEANO zijn analoog aan de mathematische en kwantificerende modellen uit de PREFERENCE-literatuur.
- B. Er is bijgevolg analogie met de VALUE-theorie van J. BENTHAM. Immers, we menen de grondgedachten uit de « *Deontology or science of morality* » (1834) als volgt te kunnen samenvatten :
  - ieder persoon bouwt zich een Value-schaal op, d.w.z. een geordende reeks van Values.
  - vermits elke reeks opgebouwd is volgens het principe van de volledige inductie (*recurrente definitie*) en vermits elke reeks een sub-

(47) BETH, E. pp. 129-130.



*jektieve eenheid* van utiliteit bevat, zo zijn alle elementen uit de reeks welgeordend en bijgevolg onderling vergelijkbaar.

We menen dat het volkomen in deze zin is dat volgende stelling moet geïnterpreteerd worden :

$$aPb \text{ if and only if } u(a) \geq u(b) + 1$$

Dit standpunt wordt ingenomen door LUCE (1956), SUPPES & SCOTT (1958), en ADAMS (1963) <sup>(48)</sup>.

Dit is dan meteen de reden waarom we iets uitvoeriger ingaan op de problemen die inhaerent verbonden zijn aan deze axioma's van PEANO. 7.6. *Axioma's en Axioma-schema's van HILBERT — Bruikbaarheid als model voor een theorie waarin Values worden geordend.*

Allerhande overwegingen en resultaten van onderzoek hebben er verschillende auteurs toe aangezet bewijsmiddelen te zoeken voor de contradictieeloesheid van de theorie der natuurlijke getallen.

Inmiddels is tot op heden nog geen bewijs geleverd. Men trekt zelfs de mogelijkheid ervan in twijfel. (BETH, p. 131). Niettemin hebben deze pogingen aanleiding gegeven tot theorieën die — naar onze mening — modellen leveren, analoog aan de Mathematische Preference-theorieën.

Bedoeld worden hier de axioma's en schemas van axioma's van HILBERT, geïnterpreteerd door HERBRAND in zijn studie: *Les bases de la logique hilbertienne* (1930). BETH (pp. 104-139) wijdt er een volledig hoofdstuk aan.

Deze theorie maakt gebruik van de constante getallen 0, 1, 1 + 1, 1 + 1 + 1, ... variabele getallen x, y, z, ... willekeurige konstante getallen a, b, c...

De elementaire uitdrukkingen (atomen) kunnen de volgende gedaante bezitten :

$$\begin{aligned} a &= b \\ x + a &= b \\ a &= y + b \\ x + a &= y + b \end{aligned}$$

De theorie van HILBERT berust op de axioma's :

1.  $x = x$
2.  $(x = y) \rightarrow (y = x)$
3.  $((x = y) \& (y = z)) \rightarrow (x = z)$

(48) LUCE, R. D. *Semiorders and a theory of utility discrimination.* *Econometrica*, 1956, XXIV, 178-191. SCOTT, D. & SUPPES, P., *Fundational aspects of theories of measurement.* *J.S.L.*, 1958, XXIII, 113-128. ADAMS, E. W. in LUCE & SUPPES, 1965. p. 281.

4.  $((x + 1 = y + 1) \rightarrow (x = y)) \ \& \ ((x = y) \rightarrow (x + 1 = y + 1))$   
 5.  $\frac{x + 1 = 0}{x = x + a}$   
 6.  $x = x + a$   
 7.  $(x = 0) \vee ((\exists y) (x = y + 1))$   
 8.  $(F(0) \ \& \ ((x) (F(x) \rightarrow F(x + 1)))) \rightarrow F(y)$

In 6. en 8. bekomt men pas een axioma na substitutie ; daarom spreekt men van axioma-schemas.

« Door *toevoeging van de volledige klassieke logika* en van de recurrente definities krijgt in het bijzonder het *axioma-schema 8. een veel ruimere strekking. Men kan immers voor  $F(x)$  geheel andere uitdrukkingen substitueren dan in deze theorie voorkomen* ». (BETH p. 131). Het zijn vooral deze woorden van BETH die er ons hebben toe gebracht in deze axioma's een model te vinden voor theorieën waarin Values worden geordend.

7.7. *Kan het axiomastelsel van PEANO of een van zijn varianten als grondslag dienen voor de deductieve theorie van de natuurlijke getallen?*

We achten deze vraag van belang met het oog op de zopas vermelde analogie met het ordenen van Values. De opvatting ligt immers voor de hand dat met de theorieën van HILBERT en HERBRAND het kontradictie-loosheidsbewijs voor de volledige theorie der natuurlijke getallen zou geleverd zijn.

*Deze opvatting is echter onjuist.* De volledige theorie der natuurlijke getallen *vereist veel sterkere bewijsmiddelen* dan waarover deze theorie beschikt, nl. de « volledige » logika en de definities door recurrentie. BETH beroept zich hier (p. 130) op CARNAP<sup>(49)</sup> maar hij gaat de problemen uit de weg door eenvoudig te zeggen dat de definities door recurrentie in het algemeen niet het karakter bezitten van expliciete definities.

Uit p. 117 weten we dat een expliciete definitie een definitie is waarop men de eis van PASCAL kan toepassen : « en démonstrant substituer... la définition à la place des définis » d.w.z. een regel die toestaat, in een bewijs, zonder schade voor de geldigheid daarvan, altijd en overal een bepaald symbool (*het definiendum*) te vervangen door zijn *definiens*. (BETH p. 117).

Aldus zag men in de methode der expliciete definitie een methode voor het leveren van bewijzen van kontradictie-loosheid. Een expliciete definitie introduceert dus a.h.w. een nieuwe logische operatie en wel een, die nooit aanleiding kan geven tot het optreden van een kontradictie.

(49) CARNAP, R. *Studies in semantics* (Vol. II : Formalization of logic). Cambridge, Mass., 1943.

*Bespreking :*

Naar onze mening wordt hier evenwel op een belangrijk feit niet gewezen : nl. dat men door de methode van de expliciete definitie de gelegenheid krijgt een enigszins *arbitrair element* op te nemen in de theorie. Het past hier wel te verwijzen naar een der spirituele uitspraken van RUSSELL : « The method of « postulating » what we want has *many advantages* ; they are the same as the advantages of theft over honest toil ». (50).

De gehele Konstitutionstheorie van CARNAP berust trouwens op het principe van de expliciete definitie. « ... ein Gegenstand heisst auf andere « zurückführbar », wenn alle Sätze über ihn übersetzt werden können in Sätze, die nur noch von den anderen Gegenständen sprechen » (51). Het begrip expliciete definitie komt hier dus overeen met « konstitutionale Definition ».

Vermits men bij een expliciete definitie het nieuw begrip mag opbouwen uit het grondbegrip of uit de begrippen die reeds gedefinieerd werden, zo bevat deze definitie *iets willekeurigs*. « Daher gibt es mehrere mögliche Systemformen ». (CARNAP p. 265).

De vereiste beperkingen laten nog *zeer veel vrijheid* zelfs voor het grondbegrip : « Als Grundbegriffe sind erforderlich : die Unvereinbarkeit zweier Aussagen und die Gültigkeit einer Aussagefunktion für alle Argumente ».

Over een begrip dat expliciet gedefinieerd werd wordt het volgende gezegd : « Er bleibt in einer der schon gebildeten Gegenstandssphären, auch wenn wir ihn vielleicht als Vertreter einer neuen Gegenstandsart auffassen. Die Unterscheidung der Arten ist ja, im Gegensatz zu der der Sphären, *nicht logisch eindeutig, sondern von praktischen Einteilungszwecken abhängig* ». (CARNAP, p. 51).

7.8. *Bespreking :*

Zoals men de mogelijkheid in twijfel trekt om de theorie van de natuurlijke getallen volledig te bewijzen, zo mag men ook de mogelijkheid betwijfelen om uit expliciete definities iets op te bouwen waarmee iedereen zich akkoord kan verklaren.

Een van de mogelijkheden om voor Value-uitspraken de « *naturalistic fallacy* » te ontwijken, bestaat in het formuleren van *Preference-theorieën*. Hierbij wordt echter in bepaalde gevallen beroep gedaan op modellen geleverd door de wiskunde.

(50) RUSSELL, B. Introduction to mathematical philosophy. London, 1918. p. 71.

(51) CARNAP, R. Der logische Aufbau. Op. cit. § 35.

Dit bondig overzicht over « het onvoldoende-gefundeerd-geacht-worden » van de wiskunde geeft ons meteen een beeld van de aard der problemen die zich stellen bij Preference-theorieën met wiskundige basis.

Men kan zich immers afvragen of de resultaten die met deze kwantificerende methode worden bereikt, ons wel degelijk informatie verschaffen over de term Preference. We zijn eerder geneigd om aan te nemen dat de bekomen resultaten eigen zijn aan de aangewende methodes en modellen maar in feite de essentie van de Preference-relatie niet raken.

## 8. ALGEBRAÏSCHE PREFERENCE-SYSTEMEN MET PROBABILITEITEN.

Van zodra men moet beslissen over onzekere uitkomsten kunnen *ordinaire theorieën geen voldoening* meer schenken. Anderzijds lijken de *intervalschalen veel te streng* te zijn.

Welnu, tussen de ordinale schalen en de intervalschalen ligt GEEN ENKELE NATUURLIJKE GROEP VAN TRANSFORMATIES. Hieruit volgt dat al de hier vermelde utiliteitstheorieën een betwistbaar karakter dragen.

We maken hier onderscheid tussen twee groepen van Preference-theorieën :

1. met numerieke probabiliteiten.
2. met subjektieve probabiliteiten (zie volgend hoofdstuk).

### 8.1. Preference-systemen met Numerieke Probabiliteiten.

Het meten van nuttigheden door middel van numerieke probabiliteiten vindt zijn oorsprong bij von NEUMANN & MORGENSTERN. De grondidee is de volgende :

Als we twee alternatieven hebben  $x$  en  $y$ , dan kunnen we een nieuw alternatief beschouwen (de alfa-mixture van  $x$  en  $y$  genoemd), bestaande uit het alternatief  $x$  met probabiliteit  $\alpha$  en het alternatief  $y$  met probabiliteit  $1 - \alpha$ .

Aldus kan men niet alleen vragen naar Preferences betreffende zuivere alternatieven maar tevens naar Preferences betreffende probabiliteitsdistributies van alternatieven.

Het is belangrijk te noteren dat  $x$  en  $y$  geen getallen uitdrukken of vereisen.

De uitdrukking duidt een ternaire operatie  $h$  aan waarvan de eigenschappen geëxpliciteerd worden in volgende gelijkheden :

$$\begin{aligned} h(x, \alpha, y) &= h(y, 1 - \alpha, x) \\ h(h(x, \alpha, y), \beta, y) &= h(x, \alpha\beta, y) \end{aligned}$$

De von NEUMANN-MORGENSTERN definitie omvat 8 axioma's. Ze vormen het uitgangspunt voor de Value-theorie van DAVIDSON, MCKINSEY & SUPPES. We zullen ze dan ook in dat verband behandelen.

Men kan aantonen dat deze acht axioma's voldoende zijn om het bestaan te verzekeren van een *numerieke* nuttigheidsfunctie die uniek is t.o.v. een lineaire transformatie.

### 8.2. *Bespreking: Methodologische Preference bij diverse auteurs.*

De von NEUMANN-MORGENSTERN definitie werd herhaaldelijk opnieuw geformuleerd door diverse auteurs. HERSTEIN & MILNOR (1953) brachten axioma's die *elegant* zijn. HAUSNER (1954) verving de *reële getallen* door *vektoren* (in : THRALL e.a. 1954). AUMANN (1962) eiste voor alle paren van alternatieven dat ze connex waren. Nog anderen introduceerden *subjektieve probabiliteiten*. (zie volgend hoofdstuk).

Elk van deze auteurs geeft blijkbaar de voorkeur aan een bepaalde methode. Vermits er geen natuurlijk model bestaat voor metingen gelegen tussen orde-schalen en intervalschalen nemen we aan dat ze allen op een even grote (of even kleine) geldigheid kunnen beroep doen.

Dit geeft aanleiding tot de vraag: *welke Preference voor Preference-theorieën?* We vonden slechts een gedeeltelijk (en trouwens onbevredigend) antwoord in ABELSON: The choice of choice-theories. Een kort overzicht van de problematiek hieromtrent geven we in de kritiek op het meten.

### 8.3. *Rationaliteit en Preference.*

Uitgegaan wordt van een definitie van een quasi-orde, in termen van een set-theorie (52).

X is een QUASI-ORDE = (df) er bestaat een set K en een binaire relatie R zó dat X het geordend paar (K, R) is en dat R reflexief en transitief is in de set K.

Naar analogie hiermee wordt RATIONELE HEGEMONIC RANKING gedefinieerd als ieder geordend paar wiens eerste lid, de set L, uit alternatieven bestaat, en wiens tweede lid een preference-relatie P is met eigenschappen *transitiviteit* en *antisymmetrie* (in de tekst spreekt men over asymmetrie waarmee blijkbaar antisymmetrie bedoeld wordt).

De relatie E met eigenschappen transitiviteit en symmetrie geldt voor alternatieven met gelijke preferentiële status. Blijkbaar kan slechts een der volgende zich voordoen:  $xPy$ ,  $yPx$ ,  $xEy$ . De Rationele Preference Ranking (RPR) wordt als volgt gedefinieerd:

(52) DAVIDSON, D., MCKINSEY, J. & SUPPES, P. Outlines of a formal theory of value. *Philosophy of Science*, XXII, 1955. pp. 140-160.

*Definitie 1:*

$L$  is een RATIONELE PREFERENCE RANKING = (df) er bestaat een set  $K$ , en binaire relaties  $P$  en  $E$  waarvoor  $K$  het veld omvat zó dat  $L$  het geordend triple  $(K, P, E)$  is en :

- A1. De relatie  $P$  is transitief
- A2. De relatie  $E$  is transitief
- A3. Als  $w$  en  $y$  in  $K$  zijn, dan precies een van de volgende :  $xPy$ ,  $yPx$ ,  $xEy$ .

*Bespreking bij Definitie 1.*

De auteurs geven bij deze eerste definitie commentaar dat we als volgt kunnen samenvatten :

- 1. Def. 1 omschrijft een ORDE-relatie. Dit kan niet volstaan om een Preference te karakteriseren.
- 2. Wat overeenstemt met de logika wordt hier rationeel genoemd. Hieruit mag men niet afleiden : it ought to be preferred.
- 3. De RPR kan ook geïnterpreteerd worden als CVR (COMPARATIVE VALUE RANKING).  
De  $P$ -relatie betekent dan : « beter dan », « van groter waarde dan ».  
De  $E$ -relatie : « van gelijke waarde ».
- 4. Deze RPR doet geen uitspraken over TIJD.
- 5. Het derde axioma eist dat de *alternatieven vergelijkbaar zijn, zoniet vervalt de transitiviteit* zoals in volgend voorbeeld :  
« ... taking a wife (a) is better than taking a mistress (b), and taking a mistress better than buying a yacht (c); but that taking a wife and buying a yacht were incomparable ». (p. 146).

*Kritiek op 5 :*

De auteurs leveren geen enkel criterium om uit te maken wanneer alternatieven vergelijkbaar zijn of niet. Immers, voor  $X$  zal er transitiviteit zijn voor bovenvermelde alternatieven, en voor  $Y$  niet. We vinden hier bijgevolg een *subjektieve factor* die de RPR moet funderen.

Bovendien moet een Preference-theorie de mogelijkheid bevatten om te beslissen in volgend geval : *waarom prefereert men in het een geval de alternatieven als vergelijkbaar te beschouwen, en in een ander geval niet?*

We vonden slechts één auteur (ABELSON) die de vraag stelt naar *de Preference voor Preference-theorieën* (zonder er evenwel een antwoord op te geven). Voor de bespreking : zie ons hoofdstuk over de metingen.

- 6. Preference wordt duidelijk onderscheiden van CHOICE.

De keuze is een UNIEK gebeuren. Preference is een houding (disposition) gedurende een bepaalde tijdsperiode.

Bij MARTIN (zie volgend hoofdstuk) wordt Choice volkomen gelijkgesteld aan Preference, onder invloed van zijn subjektivistisch standpunt en methode.

#### 8.4. De METING van PREFERENCE bij DAVIDSON, MCKINSEY & SUPPES.

Sommige auteurs wenssen over te gaan van een Rationele Preference Ranking (RPR), die een vorm is van zwakke meting, naar een strengere vorm van meting. Andere auteurs menen dat de types van meting die eigen zijn aan de natuurwetenschappen veel te streng zijn om van toepassing te kunnen zijn op psychologische fenomenen.

Tegen dit laatste standpunt kan aangevoerd worden dat ook in de natuurwetenschappen niet alle types van metingen aan dezelfde strenge voorwaarden voldoen. Dat alles afhankelijk is van het type van schaal dat men aanwendt blijkt uit volgende tabel waarin vier schaaltypes gerangschikt zijn in dalende orde van strengheid (p. 151).

	TYPE	KENMERK	VOORBEELD
1.	absolute schaal	absolute uniekheid	kardinaalgetallen
2.	ratioschaal	willekeurige eenheid	massa, lengte t.o.v. Greenwich.
3.	intervalschaal	willekeurige zero en eenheid	tijd, lengte.
4.	ordinale schaal	orde behoudend	RPR, Beaufort windschaal

Aldus is de plaats bepaald van de Rationele Preference Ranking (RPR) in het probleem rond de meting. Het wordt inmiddels duidelijk dat sommige auteurs veel te strenge eisen stellen aan de meting van preference. RPR behoort tot de zeer zwakke ordinale schaal. In wat volgt zal gepoogd worden de Preference te meten in een ietwat strenger schaal, nl. de intervalschaal.

#### Opmerkingen van de auteurs :

1. Het feit dat de individuele Preference gemeten kan worden in de zin van een intervalschaal mag niet tot de opvatting leiden dat de Preferences van verschillende individuen kwantitatief kunnen vergeleken worden zoals werd verondersteld door sommige utilitarische theorieën.
2. Het mag ook niet tot de opvatting leiden van het aanvaarden van een natuurlijke zero voor Preference. Dit laatste was gesuggereerd door SIDGWICK<sup>(53)</sup>.

(53) SIDGWICK. The methods of ethics. London, 1893.

8.5. De von NEUMANN-MORGENSTERN *Axiomatisatie*.

De axiomatisatie<sup>(54)</sup> kwam oorspronkelijk voor in een economische context. Definitie 2 en Definitie 3 willen de relevantie van dit materiaal aantonen voor de Value theorie.

Hiertoe wordt de functie  $h$  ingevoerd :

$h$  is een functie voor drie argumenten zó dat als de alternatieven  $x$  en  $y$  in  $K$  zijn, en als  $\alpha$  een waarschijnlijkheid is niet gelijk aan 0 of aan 1 (als  $\alpha$  een reëel getal is zó dat  $0 < \alpha < 1$ ), dan is  $h(x, y, \alpha)$  het alternatief bestaande uit  $x$  met waarschijnlijkheid  $1 - \alpha$ .

Definitie 2 gebruikt het begrip « open interval »  $(0,1)$  wat de set is van alle reële getallen zó dat  $0 < \alpha < 1$ , dit om tot een nauwkeuriger begrip te komen van een Rationeel Preference Patroon.

*Definitie 2 :*

De geordende quadruple  $(K, P, E, h)$  is een RATIONAL PREFERENCE PATTERN in de eerste betekenis als — en slechts dan — voor iedere  $x, y, z$  in  $K$  en voor iedere  $\alpha$  en  $\beta$  in  $(0,1)$  :

H1 : Het geordende triple  $(K, P, E)$  een RPR is (in de zin van Definitie 1) ;

H2 :  $h(x, y, \alpha)$  is in  $K$  ;

H3 : Als  $xEy$ , dan  $h(x, z, \alpha) Eh(y, z, \alpha)$  ;

H4 : Als  $xPy$ , dan  $xPh(x, y, \alpha)$  en  $h(x, y, \alpha)Py$  ;

H5 : Als  $xPy$  en  $yPz$ , dan is er een getal  $\gamma$  in  $(0,1)$  zó dat  $yPh(x, z, \gamma)$  ;

H6 : Als  $xPy$  en  $yPz$ , dan is er een getal  $\gamma$  in  $(0,1)$  zó dat  $h(x, z, \gamma)Py$  ;

H7 :  $h(x, y, \alpha) = h(y, x, 1 - \alpha)$  ;

H8 :  $h(h(x, y, \alpha), y, \beta) Eh(x, y, \alpha\beta)$ .

De axioma's H1-H8 hebben volgende intuïtieve betekenis :

H1. De intuïtieve interpretatie van RPR zoals in Definitie 1.

H2. De set  $K$  moet niet alleen de alternatieven  $x$  en  $y$  bevatten maar tevens alle probabiliteitscombinaties ervan.

H3. Als  $x$  gelijkwaardig is in Preference aan  $y$  dan is de combinatie van  $x$  met een willekeurig alternatief  $z$  met waarschijnlijkheid  $\alpha$ , gelijkwaardig aan de combinatie van  $y$  met  $z$  met waarschijnlijkheid  $\alpha$ .

H4. Als  $x$  geprefereerd wordt boven  $y$ , dan wordt  $x$  geprefereerd boven elke probabiliteitscombinatie van  $x$  en  $y$ , en iedere probabiliteitscombinatie van  $x$  en  $y$  wordt geprefereerd boven  $y$ .

H5. en H6. Als  $y$ , voor wat Preference betreft, tussen  $x$  en  $z$  gelegen is, dan bestaat er een probabiliteitscombinatie van  $x$  en  $z$  die geprefereerd wordt boven  $y$  en een combinatie boven dewelke  $y$  geprefereerd wordt.

(54) NEUMANN, J. von, and MORGENSTERN, O. Theory of games and economic behavior. Princeton. Princeton University Press, 1953.



H7. De gelijkheid volgt uit de bepaling van de functie  $h$ .

H8. Een regel wordt gegeven om probabiliteiten te combineren.

*Besluit :*

Een Rationeel Preference Patroon (RPP) is meetbaar in de zin van een intervallschaal.

8.6. *De Stellingen en Definities van DAVIDSON, MC KINSEY & SUPPES.*

*Stelling 1 :*

Als  $(K, P, E, h)$  een RPP is (in de zin van Definitie 2) dan :

(A) bestaat er een functie  $\varphi$  die gedefinieerd is over  $K$  en wiens waarden reële getallen zijn zó dat voor iedere  $x$  en  $y$  in  $K$ ,  $\alpha$  in  $(0,1)$ .

(i)  $xPy$  als  $\varphi(x) > \varphi(y)$  en slechts dan,

(ii)  $xEy$  als  $\varphi(x) = \varphi(y)$  en slechts dan,

(iii)  $\varphi(h(x,y,\alpha)) = \alpha \varphi(x) + (1 - \alpha)\varphi(y)$  ;

(B) als  $\varphi_1$  en  $\varphi_2$  willekeurige functies zijn die aan (A) voldoen, dan bestaan er reële getallen  $a$  en  $b$  en  $a > 0$  zó dat voor iedere  $x$  in  $K$

$$\varphi_1(x) = a \varphi_2(x) + b.$$

Intuïtief betekent (A) dat het steeds mogelijk is getallen toe te kennen aan alternatieven zonder de structuur van een RPP te schaden.

Intuïtief betekent (B) dat dit toekennen van getallen de karakteristieken verleent van een *intervallschaal*: van zodra een zero en een eenheid gekozen zijn, is de toekenning uniek. (p. 154).

*Bemerking 1.*

H5. Als  $xPy$  en  $yPz$ , dan is er een getal  $\gamma$  in  $(0,1)$ , zó dat  $yPh(x,y,\gamma)$ .

H6. Als  $xPy$  en  $yPz$ , dan is er een getal  $\gamma$  in  $(0,1)$  zó dat  $h(x,z,\gamma)Py$ .

Beide axioma's samen sluiten de mogelijkheid uit dat  $K$  elementen bevat waarvan er één oneindig geprefereerd wordt boven een ander, bv. een SUMMUM BONUM en een SUMMUM MALUM.

De begrippen GOED en KWAAD vallen dus buiten het bereik van H5. en H6.

Het systeem wordt beperkt door wat mathematici een « Archimedes-restrictie » noemen. (p. 155).

*Bemerking 2.*

H2.  $h(x,y,\alpha)$  is in  $K$ .

Welnu, uit H2 volgt dat niet alleen de initiële alternatieven tot de set  $K$  behoren maar tevens alle eindige probabiliteitscombinaties ervan, en bijgevolg een oneindig aantal elementen, wat een empirische interpretatie erg bemoeilijkt.

Het schijnt dus wenselijk een scheiding door te voeren tussen het aantal alternatieven enerzijds en het aantal probabiliteitsdistributies erover anderzijds. Daartoe werd Definitie 3 ontworpen.

Met het oog op Definitie 3 wordt een nieuw teken  $T$  ingevoerd. Informeel kunnen we ons  $T(x,y,z,\alpha)$  indenken telkens  $h(x,z,\alpha) E_y$  geldt.  $T$  is een quaternaire relatie  $T(x,y,z,\alpha)$ .

Als  $x$ ,  $y$  en  $z$  in  $K$  zijn en als voor  $\alpha$  geldt ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), dan  $T(x,y,z,\alpha)$  als en slechts als  $y$  niet geprefereerd wordt boven  $x$ ,  $z$  niet geprefereerd wordt boven  $y$  en als het alternatief  $y$  gelijkwaardig is in Preference aan het alternatief dat bestaat uit  $x$  met probabilliteit  $\alpha$  en  $z$  met probabilliteit  $1 - \alpha$ .

*Definitie 3 :*

$(K, P, E, T)$  is een (RPP) in de tweede betekenis indien, en slechts indien voor iedere  $x, y, z$  en  $w$  in  $K$  en iedere  $\alpha$  en  $\beta$  in  $(0,1)$  :

- T1.  $(K, P, E)$  een RPR is in de zin van Definitie 1 ;
- T2. Als  $x E_y$  en  $y E_z$ , dan  $T(x,y,z,\alpha)$  ;
- T3. Als  $x P_y$  of  $z P_x$ , dan niet  $T(y,x,z,\alpha)$  ;
- T4. Als  $T(x,y,z,\alpha)$  en  $x E_w$ , dan  $T(w,y,z,\alpha)$  ;
- T5. Als  $T(x,y,z,\alpha)$  en  $y E_w$ , dan  $T(x,w,z,\alpha)$  ;
- T6. Als  $T(x,y,z,\alpha)$  en  $z E_w$ , dan  $T(x,y,w,\alpha)$  ;
- T7. Als  $x P_z$ , dan  $y E_z$  als  $T(x,y,z,0)$  en slechts dan ;
- T8. Als  $x P_z$ , dan  $x E_y$  als  $T(x,y,z,1)$  en slechts dan ;
- T9. Als  $x P_z$ , niet  $y P_x$  en niet  $z P_y$ , dan is er een unieke  $\gamma$  in  $(0,1)$  zó dat  $T(x,y,z,\gamma)$  ;
- T10. Als  $x P_y$ ,  $y P_z$  en  $z P_w$ , en twee willekeurige uit de volgende, dan de twee andere :

$$\begin{array}{l}
 T(x,y,w,\alpha) \\
 T(x,z,w,\beta) \\
 T(y,z,w, \frac{\beta}{\alpha}) \\
 T(x,y,z, \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta})
 \end{array}$$

*N.B. :* De bewijsvoering verloopt analoog aan die van Definitie 2.

*Besluit :* Definities 2 en 3 leggen een fundamentele relatie tussen het begrip probabilliteit en de termen Value of Preference. Dit vindt een verklaring in de poging om voor Preference een strengere meting door te voeren dan een eenvoudige ordening.

### 8.7. De experimentele waarde van de Definities 2 en 3.

Aan de HARVARD universiteit werden een reeks proeven uitgevoerd o.m. over een kansspel met volgende drie alternatieven :

- a. 5 cent winnen,
- b. 5 cent verliezen,
- c. 25 cent winnen.

MOSTELLER en NOGEE<sup>(55)</sup> vonden dat de proefpersonen een nagenoeg gelijkwaardige Preference hadden voor :

- (i) 5 cent winnen (alternatief a),
- (ii) een zekere kans ( $\alpha$ ) om 5 cent te verliezen (alternatief b) en een zekere kans ( $1 - \alpha$ ) om 25 cent te winnen (alternatief c).

In termen van Definitie 2 kan men dit schrijven als :

$$a \ E \ h(b, c, \alpha)$$

We zullen de waarde van dergelijke resultaten bespreken en betwijfelen in een afzonderlijk hoofdstuk gewijd aan experimentele tests (pp. 179 e. v.).

## 9. ALGEBRAÏSCHE PREFERENCE-SYSTEMEN MET SUBJEKTIEVE PROBABILITEITEN.

Uit het voorafgaande is gebleken dat *nutigheden* en *probabiliteiten* twee verschillende zaken zijn en bijgevolg uit elkaar moeten gehouden worden. Het is tevens duidelijk dat *beide subjektief* kunnen geïnterpreteerd worden.

### 9.1. Twee methodes :

Er zijn twee methodes : de eerste begint met het meten van utiliteiten, de tweede met het meten van probabiliteiten.

#### 1. De methode teruggaand op RAMSEY (1931).

Hierin worden eerst de utiliteiten geëvalueerd, nadien de probabiliteiten. Men gaat uit van de reeds vermelde vergelijkingen :

$$u(a) + u(b) = u(c) + u(d)$$

Van zodra men een maat voor nuttigheid heeft vastgelegd worden eenvoudige axioma's ingevoerd om de volgende maat voor de subjektieve probabiteit van het geval E te rechtvaardigen :

$$s(E) = \frac{u(d) - u(b)}{u(a) - u(c) + u(d) - u(b)}$$

(55) MOSTELLER, F. and NOGEE, P. An experimental measurement of utility. *Journal of political economy*. LIX, 1951. pp. 371-404.

We vinden dit standpunt terug bij MARTIN, ingebouwd in een zeer persoonlijk semantisch systeem. We zetten dit systeem uiteen in de volgende bladzijden.

2. *De methode teruggaand op DE FINETTI (1937).*

De axioma's voor *kwalitatieve* probabiliteiten zijn van dezelfde aard als diegene die we besproken hebben bij de « higher ordered metrics »: er wordt gevraagd naar de *Preference voor probabiliteiten* betreffende twee paren van alternatieven.

De grondvorm van deze stellingen over subjektieve probabiliteiten (s) is :

$$s(E) \geq s(F)$$

Deze methode is het best uitgewerkt door SAVAGE (1954). Een bondig overzicht vindt men in LUCE & RAIFFA (1957). Een meer recente bijdrage werd geleverd door SCOTT (1964). De centrale gedachte van SCOTT is: een algebraïsche voorwaarde opleggen aan de karakteristieke functies van de gevallen (events). De karakteristieke functie van een set ligt juist in de functie die de waarde 1 toewijst aan elementen van de set en de waarde 0 aan alle elementen buiten de set.

Naar het oordeel van LUCE & SUPPES is de formulering van SCOTT eenvoudiger en klaarder dan die van zijn voorgangers.

9.2. INTENSIONELE SEMANTIEK EN PRAGMATIEK : *Het Preference-systeem van MARTIN.*

INTENSIONELE SEMANTIEK.

1. Een eerste vertakking in de semantiek bestudeert de relaties tussen tekens en de objecten die ze aanduiden. Vandaar de benamingen : *denotatie-semantiek, designatie-semantiek* of *extensionele semantiek*.
2. Een tweede vertakking onderzoekt de *beduiding* en de *zin* van de uitdrukkingen (*meaning, intension*).

Het onderscheid dat FREGE maakte tussen BEDEUTUNG en SINN is gelijkwaardig.

De term « mens » bv. kan elk individueel mens denoteren en ook de klasse van alle mensen aanduiden. Het connotatum van « mens » is evenwel noch een individueel mens noch de klasse van alle mensen, maar eerder een nieuwsoortige entiteit, een meaning of INTENSION. (Preface, p. VII) <sup>(56)</sup>.

(56) MARTIN, R. M. *Intension and decision*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1963. pp. 153.

Aangenomen wordt dat de *intensionele semantiek* verantwoord is, als het begrip « analytic truth » voor L of T geldig is en als de meta-taal krachtig genoeg is. (p. 147).

#### PRAGMATIEK.

Een theorie waarin expliciet rekening wordt gehouden met de gebruiker van de taal wordt pragmatisch genoemd. In een vroegere studie <sup>(57)</sup> had de auteur reeds een poging ondernomen om een dergelijke theorie te formuleren. De pragmatiek was toen hoofdzakelijk gebaseerd op een relatie van ACCEPTANCE. Men kan immers zeggen dat een persoon of systeem X, accepteert of als waar aanvaardt een oordeel a van een taal L op het ogenblik t. X kan het ook niet aanvaarden.

#### KWANTITATIEVE PRAGMATIEK.

In de huidige studie gaat MARTIN een stap verder. De bedoeling is een *kwantitatieve pragmatiek* te formuleren in die zin dat de GRAAD van Acceptance eraan wordt toegevoegd. De volgende uitspraak zal geformaliseerd worden :

X accepteert  
op het ogenblik t  
het oordeel a  
van een taal L  
met een graad van acceptance  $\alpha$ .

Hierin is  $\alpha$  een reëel of rationeel getal tussen 0 en 1, de limieten inbegrepen.

Hiertoe is het noodzakelijk gebleken het begrip PREFERENCE te onderzoeken en te definiëren in termen van Acceptance. De hoofdbedoeling bleef evenwel de formulering van een krachtiger en flexibeler kwantitatieve pragmatiek.

#### 9.3. DE SEMANTISCHE METATAAL VOOR PREFERENCE.

We zullen hier in de mate van het mogelijke de problemen ontwijken die niet rechtstreeks in verband staan met hte begrip Preference.

De beschrijving van syntaxis en semantiek wordt resp. gegeven in syntactische en semantische metataal. Naast de gebruikelijke symbolen uit de oordeelslogika komen o.m. nog de volgende voor (sommige zijn specifiek voor een metataal) :

(57) MARTIN, R. M. *Toward a systematic pragmatics. Studies in logic and the foundations of mathematics.* Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1959.

- ( $\sim$ ) of (tilde) : negatie  
 (v) of (vee) : disjunctie  
 (.) : conjunctie  
 ( $\supset$ ) : « material conditional »; implicatie; « if... then ».  
 ( $\equiv$ ) : « material equivalence »; « if and only if »  
 (L) (T) : De objekt-taal L of T  
 (f) : teken van FREGE dat aanduidt dat een uitspraak een stelling is.  
 (F), (G), (H) : virtuele klassen van L  
     bv. : a is lid van de formule ---A---.  
 (E) : existentiële kwantor; « er is tenminste één... zó, dat... »  
 (Sent a) : Sentence a; oordeel a.  
 X Prfr a,b,t : X Prefereert a boven b op ogenblik t.  
 X Indiff : X is Indifferent ten opzichte van...  
 RPR : Rational Preference Ranking  
 RPP : Rational Preference Pattern  
 NPR : Normal Preference Ranking  
 Acpt : Acceptance  
 NAP : Normal Acceptance Pattern  
 Thm b : b is een theorema van L  
 Log Thm a : a is een logisch theorema van L  
 Tr : semantisch waar. Dit begrip wordt gedefiniëerd in termen van multipele denotatie.  
 $\alpha$  : een graad alfa  
 Eq : « equates »; als gelijkwaardig beschouwen, gelijkstellen met  
 X Eq a,b,c,t, $\alpha$  : X stelt a gelijk met de combinatie van oordelen b en c op het ogenblik t met een graad alfa.

In haar geheel heeft deze studie betrekking op de objekttaalen L en T. Ze worden bestudeerd op verschillende niveau's. Wanneer slechts over de syntaxis van L of T gesproken wordt dan beschouwt men ook L en T als syntactische systemen.

Wanneer men er ook de semantiek bijneemt dan beschouwt men ze als semantische systemen. De semantiek wordt volledig bepaald door denotatieregels, geformuleerd in een gebruikelijke metataal.

Aangenomen wordt : als het begrip « Anlytc » (Analytisch waar) geldig is voor L of T, en als de metataal krachtig genoeg is, dan is de intensionele semantiek verantwoord. (p. 147).

Omtrent de pragmatische systemen rijzen talloze discussiepunten. De ene auteur aanvaardt, de andere verwerpt deze systemen. Maar één zaak staat vast : « The sytsems are there, imbedded in language, whether we

like them or no » (p. 147). Bovendien kan iedere nauwkeurige analyse verhelderend werken.

#### 9.4. *The Logic of TIME.*

De axioma's worden geformuleerd op basis van volgende symbolen en begrippen :

- t1, t2, t3 : tijdsintervallen  
 Mom t : moment ; de kortste tijdsinterval  
 B : de relatie « wholly before »  
 O : overlapping  
 P : « is a part of »

Aldus is een Moment een deel van alle tijdsdelen :

(Mom t) afkorting voor  $((t1)(t1Pt \supset tPt1))$

Voor wat de Preference betreft : als de tijd niet gespecificeerd wordt dan Prefereert X a boven b op elk momentair deel van t.

#### 9.5. *Algemene Regels en Specifieke Regels betreffende Preference.*

De algemene regels betreffende Prfr en Eq bevatten de voorwaarden die gelden voor :

- alle gebruikers X
- alle oordelen a,b,c
- alle tijden t.

De specifieke regels betreffende Prfr en Eq stipuleren de voorwaarden die slechts gelden voor specifieke personen, oordelen of tijden. Hierin komen dus konstanten voor, betreffende mensen, oordelen en/of tijden. Het zijn in feite observatie-oordelen, of veralgemeningen ervan, geformuleerd door de experimenteerder E.

#### *De 2 Algemene Regels betreffende Preference.*

De eerste regel zegt : als X het oordeel a Prefereert boven b op ogenblik t, dan zijn a en b onderscheiden oordelen van L. (p. 50).

De tweede regel omvat uitspraken betreffende een Logic of TIME. De « Theory of time » wordt uitvoeriger behandeld op pp. 41 e.v. maar komt oorspronkelijk uit een vroegere studie van de auteur <sup>(58)</sup>.

#### *Bespreking :*

1. De 2de algemene Preference-regel PR2 expliciteert de relatie tussen CHOICE en Preference. Choice wordt louter als momentaire Preference

(58) MARTIN, R. M. Toward a systematic pragmatics. Op. cit., pp. 36 e.v.

beschouwd. De *Preference* wordt in de theorie beschouwd als « *continuous choice* » throughout some time-interval ». (p. 46).

Het lijkt de auteur bijgevolg overbodig twee verschillende symbolen in te voeren voor beide termen. « The difference can be handled merely in term of the accompanying theory of time ». (p. 46).

## 2. *Kritiek op de Logic of TIME.*

Zoals hier geformuleerd is de *Logic of Time* gefundeerd op de relatie « Before » welke geen zin heeft tenzij door het begrip *Tijd* zelf (cercle vicieux). De filosofie over de tijd vormt een afzonderlijk probleem waarop we niet ingaan.

3. Als gevolg van de stellingame waarbij choice wordt gelijkgesteld aan Preference, is volgende stelling geldig (p. 51) :

$$\vdash (\text{Mom } t_1 . t_1 = t_2) \supset (\text{X Prfr } a, b, t_1 \equiv \text{X Prfr } a, b, t_2)$$

### *De Algemene Regels betreffende Indifference.*

Op dezelfde wijze waarop de Preference gold voor alle tijden, zo wordt ook de Indifference gedefinieerd. (p. 52).

### 9.6. *De Algemene Regels betreffende Gelijkstelling (Eq) met aanduiding van de Confirmatiegraad.*

De uitdrukking

$$\text{X Eq } a, b, c, t, \alpha$$

wordt als volgt gelezen (p. 62 e.v.) :

X equates a

with the « combination » of sentences b and c

at time t

to the degree  $\alpha$

Men bedoelt hiermee een zekere Indifference in volgende zin :

X confirmeert b met een graad  $\alpha$

X confirmeert c met een graad  $(1 - \alpha)$

X is bijgevolg Indifferent betreffende a enerzijds en de combinatie van b en c anderzijds vermits de som van beide confirmatiegraden gelijk is aan 1.

Men kan echter Eq evenzeer beschouwen als een *theoretische konstruktie* die men niet onmiddellijk wenst te karakteriseren. (In dit verband wordt verwezen naar HEMPEL en CARNAP)<sup>(59)</sup>. Vermits nu X geen Preference

(59) CARNAP, R. The methodological status of theoretical concepts. Minnesota studies



vertoont voor a boven b, noch voor c boven a, zo kan *de maat*  $\alpha$  gedefinieerd worden als een NUMERIEKE verhouding <sup>(60)</sup> :

$$\alpha = \frac{\text{Preference van a over c}}{\text{Preference van b over c}}$$

*Bespreking :*

1° Het teken Eq dekt dus in de eerste interpretatie een Indifference en in de tweede interpretatie een Preferenceverhouding. We vinden dit eigenaardig.

2° Het numeriek karakter spreekt vooral uit EqR1 en uit EqR4 :

$$\text{EqR4} \quad X \text{ Eq } a, b, c, t, \alpha \supset X \text{ Indiff } a, b, t \cdot X \text{ Indiff } a, c, t \\ \cdot \sim a = b \cdot \sim b = c \cdot \sim a = c \cdot 0 \leq \alpha \leq 1$$

9.7. *De Algemene Karakteristieken van de Preference zoals gepostuleerd in de Algemene Regels.*

1. De Preference wordt in deze metataal aangeduid door Prfr en staat voor een viervoudige relatie tussen een persoon X, oordelen a en b, en tijd t. De relatie heeft uitsluitend betrekking op oordelen en is fundamenteel gebonden aan stellingen over de tijd.
2. De *transitiviteit* en de *anti-symmetrie* worden NIET *gepostuleerd* voor Preference. Evenmin worden symmetrie en transitiviteit gepostuleerd voor Indifference. MARTIN onderzoekt immers pragmatische taalsystemen en houdt er dus rekening mee dat deze mogelijkheden zich kunnen voordoen.

De transitiviteit en anti-symmetrie zullen voor Preference gepostuleerd worden in de Specifieke Regels, in verband met Rationele Preference Ranking (RPR).

Hieruit volgt dat de Algemene Regels uiterst zwak zijn.

3. Preference wordt gelijkgesteld aan CHOICE. « ... there will be no need of two primitives to handle the notions ». (p. 46). PR2 expliciteert de relatie tussen Choice en Preference, « *choice being regarded merely as momentary preference* ». p(. 51).
4. Er wordt een maat  $\alpha$  ingevoerd in de relatie Eq (Equates). Alfa bevindt zich op een continuüm van 0 tot 1. Dat getal kan aangewend worden om de verhouding van twee *Preferences* te meten.

in the philosophy of science, Vol. I. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1956. pp. 58-78.

HEMPPEL, C. G. Fundamentals of concept formation in empirical science. International encyclopedia of unified science, Vol. II, n° 7. Chicago, University of Chicago Press, 1952.

(60) Voor de bewijsvoering: MARTIN, Op. cit., pp. 64-65.

5. Bij elke stelling wordt een *Experimenter E* ondersteld. Aangenomen wordt dat E een computer is of een gelijkwaardig ideaal type dat de taal L kent, de syntaktische en semantische regels, de inductieve logika en de konfirmatietheorie. De taak van de Experimenter E bestaat er *niet in zijn eigen Preference op te dringen* of voor te houden aan X, maar wel als model te dienen waaraan de uitspraken van X kunnen getoetst worden. Het staat dus X vrij zowel rationele als niet rationele Preferences te formuleren.

#### 9.8. *De Specifieke Regels voor Preference.*

In de specifieke regels worden de karakteristieken geformuleerd voor :

RPR : rational preference ranking

NPR : normal preference ranking

RPP : rational preference pattern

Acpt : acceptance

NAP : normal acceptance pattern.

Hiertoe zal gebruik gemaakt worden van bijkomende konstanten die specifieke gebruikers van L aanduiden, partikuliere tijden en structurele beschrijvingen voor oordelen. (p. 51).

*Opmerking :*

*De virtuele klasse « F ».*

De specifieke regels voor Preference gelden voor virtuele klassen van oordelen. De symbolen F, G, etc..., betekenen : de virtuele klasse waarvoor F, G etc... staan, bevatten ten minste één lid.

*De Rationele Preference Ranking RPR.*

De RPR vereist :

- een virtuele klasse F die ten minste drie onderscheiden oordelen bevat.
- transitiviteit voor Preference en voor Indifference.
- anti-symmetrie voor Indifference.

#### 9.9. *Normal Preference Ranking NPR.*

De Experimenter E (eventueel een computer) noemt een Preference *normaal* als X de logische konstanten « vee », « tilde », e.a. logisch *korrekt* gebruikt. (pp. 55-59).

tilde : staat voor de *negaties* van oordelen.

vee : staat voor *disjuncties* van oordelen.

Log Thm : staat voor *logische stelling*.

Tr : staat voor « *is een waar oordeel* ».

Conf : staat voor « *confirmation on evidence e* ».  
 e : staat voor « *bij gebruikelijke evidence* ».

F NPR tilde, X, t beschouwt een virtuele klasse F van oordelen die ten minste twee onderscheiden oordelen en tevens hun negaties omvat.

Hieruit volgen drie stellingen (TE 1-3) met betrekking tot Booleaanse begrippen over « conjunctie », « disjunctie » en « leeg ».

F NPR vee, X, t beschouwt een virtuele klasse F van oordelen met betrekking tot het logisch korrekst aanwenden van de disjunctie. (vee in metataal).

F NPR Log Thm : Als X logische stellingen prefereert boven valse oordelen van F dan is het evident dat de confirmatiegraad voor die stellingen maximaal is.

Analoge stellingen voor wat betreft stellingen of ware oordelen : F NPR Thm en F NPR Tr.

Voor confirmatie bij gebruikelijke evidentie (e) stelt zich echter een probleem. Immers, de confirmatie van a bij evidence e  $c(a,e)$  kan groter zijn dan  $c(b,e)$  vermits ze onafhankelijk is van de *feitelijke* waarheid of valsheid. In die zin kan men bezwaar hebben tegen de term « normaal ». (p. 58).

'F NPR Conf, X, t, e' afk ((Ea) (Eb) (Fa . Fb .  $\sim$  a = b)  
 . Sent e .  $\sim$  L Flse . (a) (b) ((Fa . Fb)  
 $\supset (c(a,e) > c(b,e) \equiv X \text{ Prfr } a,b,t))$ )'

### Bespreking :

Al deze definities zijn een eerste poging om verschillende soorten van Normal Preference Rankings te karakteriseren. De auteur hecht zeer veel belang aan *kwantificerende* definities. Laatstgenoemde kwamen reeds ter sprake bij Eq maar spelen een nog groter rol bij het definiëren van *Acceptance* en bij de *Rational Preference* PATTERN zoals moge blijken uit volgende bladzijden.

We zullen in een afzonderlijk hoofdstuk over het METEN dit NUMERIEK KARAKTER van de PREFERENCE BETWIJFELEN.

### 9.10. De GRAAD van ACCEPTANCE voor oordelen die behoren tot een virtuele klasse F van oordelen uit L.

Het begrip « Graad van Acceptance » wordt hier (pp. 61-78) bepaald in termen van Eq (een theoretische constructie zoals we reeds aanstipten). Daartoe wordt een utiliteitstheorie aangewend die geïnspireerd is op die van VON NEUMANN en MORGENSTERN.

De uitdrukking

$$X \text{ Eq } a,b,c,t,\alpha$$

hebben we reeds besproken in verband met de Algemene Regels. De uitdrukking wordt als volgt gelezen :

X « equates » a met de combinatie van oordelen  
b en c op het ogenblik t met een graad  $\alpha$ .

We willen hier echter wat dieper ingaan op « *de graad alfa* », omdat het invoeren van een *numerieke maat voor Preference* een door ons *betwist standpunt* is (waarop we nog zullen terugkeren).

De utiliteitstheorie die vooral betrekking had op economische goederen wordt hier toegepast op oordelen wat op de volgende wijze wordt verantwoordt (p. 64) :

*Voor wie een bepaalde theorie ontwerpt schenkt het ene oordeel meer bevestiging dan het ander.*

Aldus kan men spreken van een utiliteit van het oordeel a of van  $u(a)$ .

Overeenkomstig de definitie van Eq zou volgende vergelijking opgaan : de utiliteit van a,  $u(a)$ , is gelijk aan de som van :

1. de utiliteit van b,  $u(b)$ , bij confirmatiegraad  $\alpha$ .
2. de utiliteit van c,  $u(c)$ , bij confirmatiegraad  $(1 - \alpha)$ .

De formule is dus :

$$u(a) = ((\alpha \cdot u(b)) + ((1 - \alpha) \cdot u(c))).$$

De uiteindelijke oplossing voor  $\alpha$  wordt :

$$\alpha = \frac{u(a) - u(c)}{u(b) - u(c)}$$

*Besluit :*

$\alpha$  drukt de verhouding uit van X's Preference voor a boven c to X's Preference voor b boven c op het ogenblik t.

*Bespreking :*

Het gebruik van reële getallen heeft in deze zin het effect van een intervalschaal voor Preference. Dat zulk een maat aanleiding geeft tot een systeem van *numerieke meting* van utiliteit is dikwijls aangetoond in economische literatuur. We zullen in de bespreking wijzen op fundamentele kritiek die werd uitgebracht tegen dit standpunt.

#### 9.11. RATIONAL PREFERENCE PATTERNS (RPP).

Het begrip Rational Preference Ranking wordt nu verbonden aan Eq om aldus het begrip Rational Preference Pattern te definiëren. Dit laatste zal op zijn beurt als basis dienen om de graad van Acceptance te omschrijven. (pp. 67-69).

We laten hier de definitie van RPP volgen, herschreven op zulke wijze dat de verschillende onderdelen zich onder elkaar bevinden zodat we de lijnen zinvol kunnen nummeren.

$$\begin{aligned}
 & \text{'F RPP X, t' afk ' (F RPR X, t . } (\alpha) (\beta) (a) (b) (c) (d) \\
 & (Fa . Fb . Fc . Fd . \sim a = b . \sim a = c . \sim a = d . \sim b = c . \\
 & \quad \sim b = d . \sim c = d) \\
 & \supset (((X \text{ Indiff a,b,t . X Indiff a,c,t}) \supset X \text{ Eq a,b,c,t}, \alpha) \\
 & \quad . ((X \text{ Eq b,a,c,t}, \alpha . X \text{ Indiff a,d,t}) \supset X \text{ Eq b,d,c,t}, \alpha) \\
 & \quad . ((X \text{ Eq b,a,c,t}, \alpha . X \text{ Indiff b,d,t}) \supset X \text{ Eq d,a,c,t}, \alpha) \\
 & \quad . ((X \text{ Eq b,a,c,t}, \alpha . X \text{ Indiff c,d,t}) \supset X \text{ Eq b,a,d,t}, \alpha) \\
 & \quad . (X \text{ Prfr a,c,t} \supset (X \text{ Indiff b,c,t} \equiv X \text{ Eq b,a,c,t}, 0)) \\
 & \quad . (X \text{ Prfr a,c,t} \supset (X \text{ Indiff a,b,t} \equiv X \text{ Eq b,a,c,t}, 1)) \\
 & \quad . ((X \text{ Prfr a,c,t} . \sim X \text{ Prfr b,a,t} . \sim X \text{ Prfr c,b,t}) \\
 & \quad \supset (E\gamma) (X \text{ Eq b,a,c,t}, \gamma . (\delta) (X \text{ Eq b,a,c,t}, \delta \supset \delta = \gamma))) \\
 & \quad . ((X \text{ Prfr a,b,t} . X \text{ Prfr b,c,t} . X \text{ Prfr c,d,t} . \sim \alpha = 0 . \sim \beta = 1) \\
 & \quad \supset (((X \text{ Eq b,a,d,t}, \alpha . X \text{ Eq c,a,d,t}, \beta) \\
 & \quad \equiv (X \text{ Eq c,b,d,t} \frac{\beta}{\alpha} . X \text{ Eq b,a,c,t} \left\{ \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} \right\} \\
 & \quad . X \text{ Eq b,a,d,t}, \alpha . X \text{ Eq c,b,d,t} \left\{ \frac{\beta}{\alpha} \right\} \\
 & \quad \equiv (X \text{ Eq c,a,d,t}, \beta . X \text{ Eq b,a,c,t} \left\{ \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} \right\})) \\
 & \quad . ((X \text{ Eq b,a,d,t}, \alpha . X \text{ Eq b,a,c,t} \left\{ \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} \right\}) \\
 & \quad \equiv (X \text{ Eq c,a,d,t}, \beta . X \text{ Eq c,b,d,t} \left\{ \frac{\beta}{\alpha} \right\}))))))
 \end{aligned}$$

De uitleg bij de definitie van RPP :

- *lijnen 1, 2, 3* : de virtuele klasse F RPP is opgebouwd uit een virtuele klasse F die reeds een RPR uitmaakt. Deze bevat veel elementen die allen onderling verschillen.
- *lijn 4* : uit twee uitspraken over Indifference wordt een Eq afgeleid met een *willekeurige* alfa.
- *lijnen 5, 6, 7* : de Indifference laat toe, oordelen in Eq te substitueren.
- *lijnen 8, 9* : de relatie tussen Preference, Indifference, Eq en de waarden 0 en 1 ;  
m.a.w. :  
— Als a *geprefereerd* wordt boven c  
— en als er Indifference is tussen a en b

- dan wordt b « gelijkgesteld » aan de combinatie van a en c met de maximale confirmatiegraad 1.  
N.B. : Analoge uitspraak voor graad 0.
- *lijnen 10, 11* :
  - Als a geprefereerd wordt boven c
  - dan is het verschil tussen hun « utiliteiten » groter dan nul :
 
$$X \text{ Prfr } a, c = u(a) - u(c) > 0$$
  - en dan is de confirmatiegraad uniek (in casu :  $\gamma$ ).
- *lijnen 12, 13* :
  - Als de Preference transitief is voor de oordelen a,b,c,d
  - en als  $\alpha$  en  $\beta$  liggen tussen 0 en 1
- *lijnen 14-19* :
  - ...dan kunnen alle confirmatiegraden voor alle combinaties van deze diverse oordelen, onderling in elkaar bepaald worden.

*Bespreking van de definitie van RPP (Rational Preference Pattern).*

1. Deze definitie van MARTIN is analoog aan definitie 3 van DAVIDSON-McKINSEY-SUPPES (cfr. supra p. 150).
2. MARTIN merkt terecht op dat « X's Preferences and Equatings may be erratic in the extreme ».  
Bovendien legt de experimenter E geen enkele beperking op aan X. Deze laatste kan nochtans wensen zijn eigen onverenigbaarheden te kennen en de oordelen uit F rationeel te ordenen. Hierbij kan E hem eventueel behulpzaam zijn.
3. Deze definitie van MARTIN verwijdert zich steeds verder van de Preference zoals hij is opgevat door von WRIGHT. Ze legt de basis voor het bepalen van de Acceptance, en gaat bijgevolg in de richting van een ACT-Theorie. Het ware nuttig te vergelijken met een tekst van INSEL <sup>(61)</sup> en van SOSA <sup>(62)</sup>.

9.12. *Het invoeren van DE METING in de definitie van Rational Preference Pattern.*

In navolging van von NEUMANN en MORGENSTERN wordt aangenomen dat reële getallen kunnen toegeschreven worden aan oordelen zonder de structuur van een RPP te schaden.

(61) INSEL, A. J. A mathematical model for a theory of acts. *Logique et Analyse*, VII, 25-26, 1964. pp. 152-163.

(62) SOSA, E. Actions and their results. *Logique et Analyse*, VII, 30, 1965. pp. 111-125.

Zoals gebruikelijk gaat het ook hier om intervalschalen, d.w.z. schalen die noch een vaststaande of natuurlijke zero hebben noch een dito intervaleenheid.

De stelling TC1 voert de verlangde eigenschap in. In de metataal wordt voor een virtuele klasse F de functionele konstante phi bepaald ( $\Phi_F$ ).

Phi bevat oordelen van F, personen X en tijden t als argumenten en heeft reële getallen tussen en inbegrepen 0 en 1.

Stelling TC2 zegt dat deze functie uniek is, eens de zero en het interval gegeven.

De beide stellingen samen geven het effect van de vereiste meting (p. 70) :

- TC1.  $\vdash F \text{ RPP } X, t \supset (a) (b) (c) (\alpha) (Fa . Fb . Fa . \sim a = b . \sim a = c . \sim b = c . 0 \leq \alpha \leq 1)$   
 $\supset ((X \text{ Prfr } a, b, t \equiv \Phi_F(a, X, t) > \Phi_F(b, X, t))$   
 $. (X \text{ Eq } a, b, c, t, \alpha \equiv \Phi_F(a, X, t)$   
 $= ((\alpha . \Phi_F(b, X, t)) + ((1 - \alpha) . \Phi_F(c, X, t))))))$
- TC2.  $\vdash F \text{ RPP } X, t \supset (E\beta) (E\gamma) (\beta > 0 . (a) (Fa \supset \Phi_F(a, X, t) = ((\beta . \Psi_F(a, X, t) + \gamma)))$

9.13. *De graad van ACCEPTANCE* (pp. 70-73).

Het begrip « graad van Acceptance » wordt geïntroduceerd door middel van Phi. Men mag zeggen dat X het oordeel a van F accepteert op t met de graad alfa als

$$\Phi_F(a, X, t) = \alpha \text{ en slechts dan.}$$

Men leest de uitdrukking

$$X \text{ Acpt } a, F, t, \alpha$$

als volgt :

X accepteert het oordeel a van F op ogenblik t met graad  $\alpha$ .

In de volgende stellingen worden de maximum- en minimumwaarden bepaald. Daarna wordt gespecificeerd dat de Acceptancegraad alfa steeds binnen de waarden 0 en 1 ligt.

'X Acpt a, F, t,  $\alpha$ ' afk '(Fa . (E $\beta$ ) (E $\gamma$ ) ( $\beta$  Max  $\Phi_F, X, t$

.  $\gamma$  Min  $\Phi_F, X, t$ .

.  $\alpha = \frac{\Phi_F(a, X, t) - \gamma}{\beta - \gamma}$ ))

TD4.  $\vdash X \text{ Acpt } a, F, t, \alpha \supset 0 \leq \alpha \leq 1$

*De stellingen over Acceptance en Rational Preference Pattern.*

De stellingen TD1 tot TD4 zeggen dat voor maximum en voor minimum de graad alfa uniek is bij RPP en tussen 0 en 1 ligt.

De stelling TD5 zegt dat er steeds een oordeel is met maximale graad van Acceptance en een met minimale graad.

De volgende stellingen geven de relatie tussen Acceptance en Preference, Indifference en Equatie.

*Types van Acceptance-Patterns.*

Zoals Normal Preference Ranking gedefinieerd werd, zo wordt hier Normal Acceptance Pattern NAP bepaald. De term « normal » slaat op het logisch korrek gebruik van het oordeel  $a$  en de negatie ervan (tilde  $a$ ), de disjunctie, de conjunctie, etc...

9.14. *De sociale groep als virtuele klasse van personen die prefereren.*

De definities uit de vorige hoofdstukken kunnen uitgebreid worden tot virtuele klassen van personen. Deze veralgemening van de definities tot groepen en eventueel tot de gehele bevolking brengt evenwel veel moeilijkheden mee, zegt de auteur (pp. 77-78). Van welke aard die moeilijkheden zijn en hoe ze kunnen opgelost worden wordt niet gezegd.

*Bespreking :*

We hebben reeds het standpunt van ARROW weergegeven. Diens argumenten lijken ons krachtig genoeg om niet alleen het meten te betwisten maar tevens om het uitbreiden van individuele Preferences tot een sociale welvaartfunctie als niet mogelijk te beschouwen.

9.15. *De Graad van Rationele Belief.*

MARTIN verwijst vervolgens naar twee korte studies die hij onlangs publiceerde<sup>(63)</sup> en waarin hij het begrip Belief poogt te karakteriseren.

Het begrip Belief wordt gekenmerkt als een relatie tussen een persoon en een oordeel. In feite is het geen echt oordeel maar een quasi-propositie, d.w.z. een virtuele klasse van oordelen L-equivalent met de uitspraak  $a$  van L.

Het begrip Belief wordt gedefinieerd in termen van Rational Preference Pattern (RPP) en van een bepaalde graad van Acceptance.

Vermits de virtuele klasse F een oneindig grote klasse kan zijn is het wenselijk het begrip Belief te relativieren tot een eindige virtuele subklasse G van F :

$X$  Blvs F, G, t,  $\alpha$  is afkorting van ((Ea) (Sent a . F = quasiProp a . G RPP X, t . G  $\supset$  F . (a) (Ga  $\supset$  X Acpt a, G, t,  $\alpha$ ))

(63) MARTIN, R. M. Toward an extensional logic of belief. The journal of Philosophy, LIX, 1962, pp. 169-172. MARTIN, R. M. On knowing, believing, thinking, ibidem, pp. 586-600.



*Bespreking :*

Verschillende fundamentele componenten van de definitie van Belief lijken ons problematisch :

1. Het lijkt ons niet noodzakelijk het begrip Belief te beperken tot een RPP (Rational Preference Pattern). Een Belief kan evengoed niet-rationeel zijn. Bovendien kan men zich zelfs afvragen of er wel enig Belief rationeel kan zijn (*hoewel we niet goed inzien hoe het begrip Rationaliteit moet gekarakteriseerd worden*).
2. Het lijkt ons evenmin noodzakelijk de graad van Acceptance te willen invoeren, vermits deze maat in een vorig hoofdstuk op rationele gronden gefundeerd werd.

Men kan zich in ieder geval afvragen op welke wijze Beliefs onderworpen kunnen worden aan een numerieke interpretatie.

9.16. *De Relatie « More Acceptable than » (MA).*

MARTIN (pp. 95 e.v.) gaat uit van een analyse door CHISHOLM van termen als: *unreasonable, indifferent, probable en improbable, ACCEPTABLE, adequate evidence, certain* e.a. Zulke begrippen worden dikwijls aangewend « in appraising the epistemic or *cognitive value* or worth of sentences, propositions, beliefs, and the like ». (64).

De 9 stellingen van MARTIN geven de elementaire eigenschappen van deze MA-relatie: anti-symmetrie, transitiviteit, anti-reflexiviteit, relatie tot RPP, NAP, en tot de logische konstanten.

*Bespreking :*

1. Zoals het hier is geformaliseerd is het begrip « More Acceptable » (MA) zeer streng gedefinieerd. Immers :
  - het onderstelt uitdrukkelijk een Normal Acceptance Pattern (NAP) voor de logische konstanten tilde en vee.  
De persoon X kan dus niet anders dan handelen overeenkomstig de wetten van de logika.
  - Het onderstelt impliciet een Rational Preference Pattern (RPP) in de term Acceptance.  
We verwijzen hier andermaal naar het problematisch karakter van het begrip rationaliteit.
2. *Een minder strenge definitie zou kunnen opgebouwd worden door slechts beroep te doen op de begrippen Preference (Prfr) en Normal Preference Ranking (NPR).*

(64) CHISHOLM, R. *Perceiving: a philosophical study*. Ithaca, Cornell University Press, 1957.

Natuurlijk zou hierdoor het kwantificerend kenmerk verloren gaan, uitgedrukt door de graden ( $\alpha$  en  $\beta$ ) van Acceptance.

3. Hoe dan ook, met of zonder kwantificerende formule, over het eigenlijke « *being more worthy* » wordt in feite niets gezegd. Waarin ligt precies de grotere waarde van a ten opzichte van b? (de NATURALISTIC FALLACY).

9.17. *Stellingen over UNREASONABLE, ACCEPTABLE, INDIFFERENCE, EVIDENCE.*

De term « unreasonable to accept » is hier ongeveer synoniem met « absurd ».

Waar vroeger de term Indifference gedefinieerd werd in termen van Preference, gebeurt het hier in termen van Evidence. Bovendien: « If a proposition or hypothesis is indifferent, its contradictory is also indifferent. An indifferent proposition is thus one which is neither evident nor unreasonable ». (p. 100).

Merken we tevens op dat de *Indiff* AFHANKELIJK wordt van een METING en de gebruikelijke verwarring vertoont met de term Ambivalence zoals we reeds aantoonde op blz 128.

*Bespreking :*

In feite zegt de definitie van *Rational Preference Pattern* (RPP) bij MARTIN juist hetzelfde als definitie 3 van DAVIDSON-MCKINSEY-SUPPES. Het belangrijkste onderscheid ligt in de interpretatie. Bij MARTIN worden echter de *Probabiliteiten* subjectief *geïnterpreteerd*, bij de andere auteurs niet.

Een ander onderscheid ligt in het feit dat bij MARTIN Choice gelijkgesteld wordt aan Preference wat eerder ongebruikelijk is.

We wezen in dit laatste gedeelte op het eerder PSYCHOLOGISCH karakter van het betoog, niettegenstaande het hele werk gestart was vanuit een LOGISCHE aanpak.

Dit « psychologisch » aspekt is te verklaren uit het karakter van het PRAGMATISCH SYSTEEM zelf: « At any given time the pragmatistical description of the system is necessarily incomplete. It can take account only of the times to date, of sentences in F, and of human beings or social groups under observation at the time. *At every moment the description may change, just as it may for every new person whose PREFERENCES are observed, and for any enlargement of F. But this is what we should expect in the pragmatistical description of a language, as in scientific observation and description generally* ». (p. 148).

Niettegenstaande het hoofdstuk getiteld is: THE LOGIC OF EPISTEMIC TERMS vragen we ons af of het niet beter zou genoemd worden: PSYCHOLOGISCHE META-TAAL (indien die term bestond).

## 10. PREFERENCE NAAR DE MODELLEN GELEVERD DOOR DE SPELTHEORIE.

Wanneer in situaties met onzekere uitkomst de faktor onzekerheid niet alleen afhankelijk is van random-factoren in het environment maar tevens van meer of min rationele beslissingen van een tegenspeler, dan levert de speltheorie bruikbare modellen.

LUCE & RAIFFA (1957) leverden in dit opzicht pionierswerk evenals NASH, J. F. (1950), GALE (1953), SHAPLEY, S. (1953), KUHN & TUCKER (1953) e.a.

We volgen echter APOSTEL (1958) omdat de belangrijkste standpunten van voornoemde auteurs erin opgenomen zijn <sup>(65)</sup> en vooral omdat in de eerste plaats de klemtoon gelegd wordt op de relevantie voor de etika.

Telkens we een verband zagen tussen speltheorie en Preference is dit slechts de weerslag van een persoonlijke stellingname. Deze uitspraken dragen bijgevolg een hypothetisch karakter.

10.1. *Konfliktsituaties in behendigheids spelen.*

De nadruk wordt erop gelegd dat het hier niet gaat om kansspelen waaruit de waarschijnlijkheidsrekening is ontstaan, maar om behendigheids spelen zoals schaken of bridge. Aangetoond wordt dat de keuze, die het typisch aangrijpingspunt zou moeten zijn der etika, ook het typisch aangrijpingspunt uitmaakt van de speltheorie.

De theorie der behendigheids spelen en de theorie van het konflikt hebben het volgende gemeen :

1. de tegenstanders wensen één bepaalde functie te maximaliseren die van verschillende veranderlijken afhangt.
2. elke tegenstander heeft slechts controle over een gedeelte van deze veranderlijken.
3. de overige veranderlijken worden beheerst door spelers die andere functies van dezelfde veranderlijken wensen te maximaliseren.

Met « *arbitrage-regel* » wordt bedoeld de regel die voorschrijft :

- a. op welke manier de winsten van een coalitie onder de leden ervan verdeeld moeten worden.
- b. welke overeenkomsten in niet-zero-som-spielen moeten aangegaan worden (p. 32).

Als hypothese zal verdedigd worden dat ethische regels arbitrageregels moeten geven voor konfliktsituaties.

(65) APOSTEL, L. *Cybernetica en Theory of Games als hulpmiddelen der Ethika.* in : *Diogenes*, VI, n° 1-2-3, 1958. pp. 20-32.

### 10.2. *De aard van de Preference in de Speltheorie.*

Met Preference in de speltheorie wordt een RPP bedoeld, d.w.z. een Rationeel Preference Patroon. Dit blijkt uit de *vijf postulaten* :

Voor alle spelers geldt :

1. dat  $xPy$  en  $yPz$  transitief is  
     niet symmetrisch  
     niet reflexief  
     connex
2. dat de Preference volledig gekend is : iedere speler kan met zekerheid zeggen of hij ja dan neen de ene uitkomst boven de andere verkiest.
3. dat de spelers volledig alle mogelijke handelingen kennen.
4. dat de spelers een inzicht hebben in de draagwijdte van hun zetten : met zekerheid of waarschijnlijkheid de gevolgen voorzien van hun handelingen.
5. de  $xPy$  en de strategische mogelijkheden blijven konstant ten opzichte van de tijd.

### 10.3. *De MEETBAARHEID en interpersonele VERGELIJKBAARHEID van de Preference zijn NIET vereist in de Speltheorie.*

In de speltheorie wordt inderdaad niet verondersteld dat alle verschillende individuele RPR onderling volkomen vergelijkbaar zijn of een gemeenschappelijke eenheid zouden bezitten.

Er wordt evenmin vereist dat er een unieke grondnorm zou bestaan.

In die zin is de speltheorie *veel algemener dan de Algebräische Preference-theorieën*.

De vergelijkbaarheid der waarden wordt slechts vereist voor een beperkt domein van waarden, zoniet wordt iedere keuze irrationeel.

### 10.4. *De Preference in het eenvoudigste geval van de Speltheorie.*

Het eenvoudigste geval in de speltheorie is : het zero-som-spel met twee spelers die ieder over slechts twee strategieën beschikken. (Een strategie is een regel die voor een speler aangeeft welke keuze hij moet doen in om het even welke omstandigheid).

Zulk spel kan afgebeeld worden door volgende matrix :

	II		
		a'	b'
I			
a		w	x
b		y	z

I, II : speler I, speler II

a,b : strategieën van I

$a', b'$  : strategieën van II

$w, y, x, z$  : de waarden voor de strategieën ; voor II zijn ze de negatieven van de waarden voor I

$w, y$  : een kolom

$w, x$  : een rij.

*De Motivatie van de Preference voor beide Spelers I en II.*

Beide spelers zullen die strategie kiezen die de waarde van hun uitkomst zo groot mogelijk maakt. (p. 25).

10.5. *De Afbeelding van de Preference op de matrix.*

Vermits speler I de maximale waarde van zijn uitkomst zo groot mogelijk wenst te maken en vermits speler II hetzelfde redeneringsproces doorloopt (rekening houdend met het feit dat in zijn matrix alle waarden met negatief teken voorkomen), zal de uiteindelijke oplossing liggen in het ZADELPUNT van de matrix.

Een punt van een matrix dat tegelijkertijd maximum is van zijn kolom en minimum van zijn rij wordt zadelpunt genoemd.

10.6. *Deze Preference omschrijft een strategie van MAXIMALE VOORZICHTIGHEID.*

In feite hebben we hier te maken met de MINIMAX-regel: men wil zó handelen dat de maximale winst van de tegenspeler minimaal is. Sinds de geldigheid ervan aangetoond werd door Abraham WALD werd de minimax-regel universeel aanvaard.

Uit de analyse van de redeneringen der beide spelers kan men aantonen dat hier een strategie gevoerd wordt van *Maximale Voorzichtigheid*, binnen de beperkingen van de voornoemde vijf postulaten.

De redenering der spelers verloopt als volgt:

Speler I kan kiezen tussen strategie a en b.

Als blijkt dat w en x beiden groter zijn dan y en z, dan zal I onmiddellijk strategie a prefereren. Speler I weet echter zeer goed dat speler II des te méér zal winnen naarmate speler I minder wint.

Speler II zal dus geen ogenblik aarzelen om strategie b' te kiezen van zodra blijkt dat de kolom xz kleinere waarden bevat dan de kolom wy.

Speler I oordeelt als volgt: mijn tegenspeler zal systematisch zó handelen dat de uitkomst van het spel in de kolom ligt waarin het kleinste getal voorkomt. Speler I kan evenwel naar de rijen kijken waartussen hij kan kiezen. Hij moet uit al de rijen de rij kiezen waarin het kleinste getal groter is dan het kleinste getal in de andere rijen. Immers, aldus bepaalt hij de grootste zekere waarde, wat ook de tegenspeler doet.

Dit betekent dat speler I met zekerheid de maximale winst van de tegenspeler gereduceerd heeft tot het minimum.

### 10.7. *Rationele Preference en Rationele Verwachting.*

#### 10.7.1. *Preference voor MAXIMALE VOORZICHTIGHEID.*

Een uitkomst die in het zadelpunt haar oplossing heeft, geeft meteen een dieper inzicht in de draagwijdte van een term als « Rationele Verwachting ».

Als speler I zich gedraagt volgens de hierboven beschreven redenering en binnen de vijf postulaten blijft, dan mag hij als uitkomst een waarde verwachten die gelijk is aan die van het zadelpunt, ofwel een uitkomst die een hogere waarde heeft voor het geval speler II « foutief » redeneert.

Als beide spelers zich van te voren moeten uitspreken over hun « Rationele Verwachting » dan mag geen der spelers méér verwachten dan de waarde van het zadelpunt. (p. 25).

#### 10.7.2. *Preference voor Risico.*

Speler I kan eventueel redenen hebben om te veronderstellen dat zijn tegenspeler een andere kolom zal kiezen. In dit geval (met twee kolommen) kan hij één kans hebben op twee dat het inderdaad zo uitvalt.

Dit betekent dat speler I zijn Rationele Verwachtingen kan uitbreiden tot waarden die gelegen zijn buiten het zadelpunt.

Dit betekent tevens dat speler I zijn Preference voor Maximale Voorzichtigheid heeft opgegeven en vervangen door een *Preference voor Risico*.

#### *Bespreking :*

1. Uit het hoofdstuk dat we gewijd hebben aan kritiek op Preference-theorieën zal blijken dat de faktor Preference voor Risico *experimenteel* nog *niet* kan *geïsoleerd* worden. (cfr. infra p. 179).
2. Preference voor Risico schept de mogelijkheid om nog andere modellen te konstrueren :
  - *Preference voor maximale onvoorzichtigheid,*
  - *Preference voor maximale agressiviteit, e.a.*

### 10.8. *De PREFERENCE in NIET-ZERO-SOM-SPELEN en SPELEN MET MEER DAN TWEE SPELERS.*

In dat geval nemen we twee matrices : één voor speler I, één voor speler II.

1.	II				
	I		a'	b'	
	a		x	y	
	b		z	w	

2.	II				
	I		a'	b'	
	a		x'	y'	
	b		z'	w'	

*De Preference bij deze matrices indien ze één zadelpunt bezitten.*

In dit geval kunnen er op de matrices plaatsen voorkomen waar zowel voor speler I als voor speler II de uitkomst *voordeliger is dan op het zadelpunt*. Indien beide spelers deze voordeliger uitkomst prefereren boven de maximale schade die ze elkaar kunnen toebrengen, dan MOETEN ze een overeenkomst sluiten. (Merk opnieuw het verband tussen Preference en Ought).

*Preference bij verschillende zadelpunten.*

Laten we vooraf enkele begrippen duidelijk omschrijven :

R : de klasse van alle mogelijke uitslagen voor strategieën *zonder samenwerking*.

R' : de klasse van alle mogelijke uitslagen voor strategieën *in samenwerking*.  
 $xx'$  overtreft  $yy'$  : een plaats in de twee matrices, bezet door  $xx'$ , overtreft een andere plaats (bv. bezet door  $yy'$ ), als zowel  $x$  groter is dan  $y$  en  $x'$  groter dan  $y'$ .

*Onderhandelingsgroep* (bargaining group, arbitration group) :

De klasse van alle punten in R', die het grootste zadelpunt van de matrix overtreffen. (p. 26).

*Bespreking :*

*Preference en onderhandelingsprobleem* (Bargaining problem).

De fundamentele Preference zal beslissen over de aard van het spel : samenwerking of tegenwerking. Als matrix R geprefereerd wordt boven matrix R' dan :

(R) P (R')	tegenwerking
R' P (R)	samenwerking

Indien de spelers een (R) P (R') strategie (= tegenwerking) prefereren, dan MOETEN ze zich houden aan een oplossing die overeenstemt met een der zadelpunten. De schade die ze elkaar kunnen toebrengen is evenredig met de waarden van elk der zadelpunten.

Indien de spelers een (R') P (R) strategie (=samenwerking) verkiezen, dan MOETEN ze onderhandelen i.e. hun Preference uitspreken voor een of ander punt dat het grootste zadelpunt overtreft.

Als er een ganse reeks van zulke punten voorhanden is, dan ZULLEN beide spelers tegen elkaar opbieden om de meest voordelige overeenkomst te sluiten. In ruil voor de toegevingen die ze moeten doen, ontvangen ze van de tegenpartij een vergoeding, indien dit door de spelregels voorzien is. (p. 26).

N.B. : In deze passage komt duidelijk een relatie tot uiting tussen PREFERENCE en OUGHT : Indien de Preference bepaald is, dan is ook de OUGHT bepaald.

### 10.9. Bespreking :

*Ethische implicaties voor de Preference in het « Bargaining-problem ».*

Uit wat voorafgaat blijkt dat beide spelers op elk willekeurig tijdsmoment over de vrijheid beschikken om de onderhandelingen af te breken met het doel opnieuw de strategieën te kiezen uit een der zadelpunten. Elk kan dus permanent DREIGEN zijn verdere medewerking te weigeren wat neerkomt op een overschakeling naar een (R) P (R') strategie.

Met behulp van het formalisme dat de speltheorie verschaft krijgen we meteen een duidelijker inzicht, niet alleen in de term Preference maar tevens in het geheel van relaties die aangeduid worden door termen als : OPBIEDEN, TOEGEVINGEN DOEN, VERGOEDEN, AFDWINGEN, FAIR SPEL, GELIJKBERECHTING, DREIGEN, PERMITTED, FORBIDDEN, OUGHT, etc.

In termen van deze Preference zouden we eventueel enkele termen als volgt kunnen omschrijven :

1. « *medewerking verlenen* » (in de zin van : overgaan van een tegenwerking-strategie naar een samenwerking-strategie) :

$$((R) P (R')) t1 / ((R') P (R)) t2$$

waarin :

t1, t2 : time 1, time 2

/ : een teken voor « wijziging » uit de « Logic of Change » van VON WRIGHT.

2. « *medewerking niet meer verlenen* », « *medewerking weigeren* ».

$$((R') P (R)) t2 / ((R) P (R')) t3$$

3. « *medewerking blijvend verlenen* ».

$$((R') P (R)) t2 / ((R') P (R)) t3 \dots tn$$

Van deze laatste formulering is, naar we menen, het begrip « *gelijkberechtiging* » een functie.

4. *Gelijkberechtiging* zou men eventueel kunnen omschrijven als :  
iedere oplossing zó,

— dat ze afdwongen werd onder de voorwaarden die werden vastgelegd in de 5 postulaten van deze speltheorie ;

— dat ze een ontstaan is uit een PREFERENCE-STRATEGIE (R') P (R) van n spelers die van de alternatieve strategie (R) P (R') geen gebruik hebben gemaakt, hoewel hun dit mogelijk was.



10.10. *Bijzondere problemen omtrent het begrip Preference in verschillende types van speltheorieën.*

N.B. : We laten hier in principe het probleem van het meten der waarden ter zijde om het nadien afzonderlijk te bespreken.

10.10.1. *De Preference in de Speltheorie van J. F. NASH.*

We behandelden reeds een gedeelte van dit systeem in verband met de onderhandelingsgroep en het « bargaining-problem ».

De theorie van NASH analyseert een Preference die het *gemeenschappelijk optimum* poogt te *maximaliseeren in coöperatieve* spelen. Zijn belangrijkste regel is : Kies in de onderhandelingsgroep die plaats waarvoor het product der uitkomsten groter is dan voor om het even welke andere plaats in de onderhandelingsgroep.

De mogelijkheden tot samenwerking worden evenwel beperkt door voorwaarden die vastgeslegd zijn in volgende vier axioma's. (p. 27-28).

*Ax. 1* zegt dat een overeenkomst moet gesloten worden zó dat de oplossing die erdoor bereikt wordt het zadelpunt, en eventueel elke andere oplossing in de onderhandelingsgroep, overtreft.

De overeenkomst mag dus het voorwerp niet uitmaken van een Preference, m.a.w. aan de coöperatie zelf mag geen (positieve) waarde toegekend worden. De spelers moeten bovendien *Indifferent* blijven zowel voor de oplossing die hun ongelijkheid vermeerdert als voor de oplossing die hun ongelijkheid minimaliseert.

*Ax. 2* eist dat, als de uitkomsten in het zadelpunt symmetrisch zijn (d.w.z. gelijke winsten opleveren), de *uitkomsten* in de onderhandelingsgroep eveneens *symmetrisch* moeten blijven.

NASH maakt hier een etische keuze : de gelijkheid-in-waarde van de spelers wordt vereist.

*Ax. 3* eist dat het invoeren van nieuwe keuzemogelijkheden, dus het vergroten van de *vrijheidsgraad*, geen invloed mag hebben op het gedrag van de spelers, tenzij door hun een meer voordelige actielijn te bieden.

De *vrijheid als positieve waarde* wordt aan de spelers *verboden*.

*Ax. 4* eist dat de wijze waarop de spelers hun eigen waarderingen meten en met elkaar vergelijken, *geen invloed* mag uitoefenen op de wijze waarop de *scheidsrechter* deze waarderingen in verband brengt.

*Besluit :*

In de speltheorie van NASH prefereren de spelers een gemeenschappelijk optimum te maximaliseren. In velerlei opzicht kan deze theorie als model

aangewend worden om fundamentele termen uit de ethische taal te analyseren.

Toch moet gezegd worden dat de beperkingen die door de axioma's vereist worden, te streng zijn om onmiddellijk als ethische principes te fungeren. Ze hebben nochtans een grote waarde omdat hier voor het eerst de draagwijdte van dergelijke implicaties duidelijk naar voren komt.

*De Preference voor Stabiliteit, volgens NASH.*

Indien een nieuw spel geconstrueerd wordt zó :

- dat de tegenspelers beginnen met elkaar te bedreigen,
- dat de gekozen strategieën tot een output leiden die tot de onderhandelingsgroep behoort,
- dat de output van dit spel de input wordt voor het volgend spel waarin opnieuw dezelfde methode wordt gevolgd, dan wordt aldus een matrix gevormd voor een *reeks zero-som-spelen zonder samenwerking* waarbij uiteindelijk de *oplossing* toch gelegen is in het ZADELPUNT.

*Bespreking : Preference voor LANGE-AFSTAND-DOELEN.*

Dit belangrijk resultaat wijst er dus op dat een zekere vorm van *stabiliteit* bereikt wordt als aan de coöperatiemogelijkheden de beperkingen worden opgelegd zoals geformuleerd in de vier axioma's.

Het lijkt ons mogelijk (maar het zou een afzonderlijke studie vergen) deze modellen van de speltheorie die blijkbaar op het principe van de MARKOV-ketens berusten, te vergelijken met de *input-output analyses* uit de *ekonomie* (structuurproblemen), of met de problematiek van de *adolescent*: de functie van de lange-afstand-doelen bij de ontplooiing van een psychologische volwassenheid. (Theorie van HURLOCK<sup>(66)</sup> en van AUSHUBEL<sup>(67)</sup>).

10.10.2. *De Preference in de Speltheorie van ZEUTHEN, HARSANYI en RAIFFA.*

De drie auteurs definiëren in essentie een gelijkwaardige regel. RAIFFA onderscheidt zich evenwel van de anderen door een andere maateenheid in te voeren voor de waardeschalen.

In tegenstelling tot NASH die het gemeenschappelijk optimum wenst te maximaliseren, pogen ZEUTHEN, HARSANYI en RAIFFA de reeks der *toegevingen* van de tegenspelers gelijk *of zo gelijk mogelijk* te maken.

(66) HURLOCK, E Adolescent development. New York, Mc Graw Hill, 1949.

(67) AUSHUBEL, D. P. Theory and problems of adolescent development. New-York, Grune and Stratton, 1954.

*De Preference voor een strategie van WEDERZIJDSE AANPASSING.*

De Preference voor een wederzijds aanpassingsproces is hier de leidende idee. De beraadslaging wordt gezien als een opeenvolging van verschillende compromissen. In een eerste stadium worden de extreme eisen van de spelers met elkaar gekonfronteerd.

De rol van scheidsrechter wordt hier vervuld door een arbitrageregel. Deze maximaliseert immers een functie die van de uitkomsten der beide spelers afhangt.

De voorgestelde regel is de volgende :

Als om van zijn eigen optimum *naar het optimum van de tegenstander B over te gaan*, A een grotere toegeving moet doen dan B om van zijn optimum naar het optimum van A over te gaan, dan moet B, door zijn eisen lager te stellen, een nieuw optimum voor zichzelf uitkiezen. Dit proces moet voortduren tot de toepassing ervan geen wijziging meer veroorzaakt.

Deze regel beslist dus over de *Preference* der spelers A en B waarbij ze zich bereid verklaard hebben aan elkaar *toegevingen* te doen zó dat beiden zich van hun optimum verwijderen in de richting van *het optimum van de andere speler*. (p. 28).

*Bespreking :*

De speltheorie biedt ons hier een nieuwe techniek om een exact inzicht te krijgen in de aard der ethische implicaties die voortvloeien uit een initiale *Preference voor coöperatie*, gekoppeld aan een arbitrageregel die beslist over de wijze waarop de wederzijdse toegevingen moeten gebeuren.

10.11. *Algemene Bespreking :*

1. De theorie der spelen met twee spelers is in feite maar een aanloop naar een eigenlijk model voor de analyse van ethische problemen : de speltheorie voor meer dan twee spelers.
2. Deze theorie is des te belangrijker omdat daar kan aangetoond worden dat « de typische morele *triade overtreder, rechter en aanklager* juist in de theorie der spelen met meer dan twee spelers plaats vindt ». (p. 31).
3. Inmiddels hebben we aangetoond dat de Preference de arbitrageregels voorafgaat. Immers, van zodra elke speler zijn Preference bepaalt, zijn ook de normen van een bepaalde etika vastomschreven. We vinden hier dus nogmaals een zeer nauw verband tussen *Preference* en ОУГНТ (probleem van de hypothetische imperatief).
4. De problemen die verband houden met het *meten* zullen we nu in een afzonderlijk hoofdstuk behandelen.

## 11. KRITIEK OP METINGEN VOOR PREFERENCE.

*To understand a sentence means to understand a language.*

*To understand a language means to be master of a technique.*

WITTGENSTEIN

*New types of language, new language-games as we may say, come into existence, and others become obsolete and get forgotten.*

WITTGENSTEIN

(Philos. Investigations).

11.1. *Het Meten van Preference in de Speltheorie.*

De speltheorie stelt vijf postulaten voorop. Eén ervan heeft betrekking op de ordening of meting van waarden. Er wordt immers van de verschillende spelers vereist dat hun waarde-orde rationaliteitseigenschappen zou hebben: de ordening moet transitief, niet symmetrisch, niet reflexief, en konneks zijn.

De speltheorie zelf stelt geen speciale eisen op gebied van het meten der waardering, eist geen gemeenschappelijke eenheid voor waarden en stelt dus geen interpersonele vergelijkbaarheid voorop (68).

11.1.1. *Het meten in de speltheorie van NASH.*

Het feit zelf van te kunnen kiezen ofwel tussen waarden uit de onderhandelingsgroep ofwel tussen waarden van zadelpunten wordt niet noodzakelijk bepaald door een utilitaristisch principe. Het kan echter bij axioma's bepaald worden, zoals bij NASH in axioma I, dat aan coöperatie op zichzelf geen enkele (positieve) waarde mag worden toegekend (en dus ook niet aan de maximalisatie van de gelijkheid).

Het Ax. II van NASH dat slechts symmetrische uitkomsten toelaat, postuleert in feite de mogelijkheid om een maateenheid in te voeren.

Ax. III formuleert in zekere zin een determinisme door de vrijheid zelf als positieve waarde niet te aanvaarden.

Ax. IV eist een scheidsrechter die zich niet laat beïnvloeden door de wijze waarop de spelers hun waarderingen meten en met elkaar vergelijken.

*Besluit:*

We stellen dus vast dat in het systeem van NASH het meten één der mogelijkheden is, die zijn oorsprong vindt deels in het *utilitaristisch prin-*

(68) APOSTEL, L. Op. cit., 1958. p. 23 e.v.

*cipe*, deels in het aanwenden van *matrices*, eigen aan de speltheorie, maar wellicht niet eigen aan de Preference zelf.

### 11.1.2. De METING in de systemen van ZEUTHEN, HARSANYI en RAIFFA.

Hier wordt de meting vastgelegd in de arbitrageregels zelf. A en B meten de waarde van hun eigen toegevingen elk in hun eigen waardeschaal. Als maat van de grootte der toegevingen wordt voorgesteld: het verschil tussen A's winst in zijn optimum en A's winst in het optimum van B, gedeeld door de winst in A's optimum. (ZEUTHEN, HARSANYI).

RAIFFA stelt voor, telkens het rekenkundig gemiddelde van de optima der beide tegenspelers te nemen.

#### Bespreking :

1. Het lijkt betrekkelijk arbitrair op dergelijke wijze een maat te bepalen. Men kan zich immers afvragen: waarom geen vierkantswortel in plaats van een breuk (ZEUTHEN, HARSANYI) of van een rekenkundig gemiddelde (RAIFFA)?
2. Waarom precies de waarde van de winsten berekenen en niet die van de verliezen of van iets anders? Het lijkt namelijk even zinvol in het kader van een « etisch spel » het Ax. III van NASH te herformuleren in die zin dat een waardeschaal ingevoerd wordt voor de toenemende keuzemogelijkheden, d.w.z. voor het groter worden van de vrijheidsgraad.

In dit laatste geval heeft het dan misschien helemaal geen zin meer een maat *stricto sensu* in te voeren. Een eenvoudige ordening of rangschikking zou kunnen volstaan. Het zou in ieder geval een belangrijke stap vooruit zijn indien een dergelijke Preferentieschaal kon uitgewerkt worden voor de speltheorie.

### 11.1.3. Probleem van de Interpersonele Vergelijkbaarheid der Waardeschaal.

1. Een eerste voorstel zegt :

Stel voor ieder speler zijn optimum gelijk aan 1 en zijn pessimum aan 0. Bereken in evenredigheid daarmee de andere waarden.

2. BRAITHWAITE deed het volgende voorstel :

— Stel voor alle spelers hun maximum oplossingen gelijk (grootste zekere minimum winst).

— Stel voor alle spelers eveneens hun minimax oplossingen gelijk (kleinste zekere winst voor de tegenstanders).

Hieruit volgt dat voor alle spelers de afstanden tussen maximin en minimax oplossingen gelijkgesteld zijn, dat dus alle schalen als gelijkwaardig worden beschouwd.

*Etisch betekent dit* dat voor alle spelers de interpersonele gelijkheid per definitie wordt aanvaard tussen enerzijds de waardering van maximale voorzichtigheid en anderzijds de waardering van maximale agressiviteit.

Tevens wordt hierdoor aangenomen dat de afstanden tussen maximale voorzichtigheid en maximale agressiviteit onderling gelijk zijn in de diverse *Preferentie-schalen* der spelers. (p. 30).

#### 11.1.4. *Kritiek op de methode van BRAITHWAITE.*

We laten hier de opmerkingen van Prof. APOSTEL zelf volgen :

BRAITHWAITE was de eerste en tot in 1958 nog de « enige die de betrekking tussen ethika en speltheorie onderstreept heeft. Wij (= APOSTEL) menen echter dat hij zijn argumentatie sterk verzwakte door volgende standpunten in te nemen :

1. door een bijzondere regel te willen verdedigen en niet te doen inzien dat als algemeen vergelijkingsinstrument de speltheorie belangrijker is ;
2. door zich radikaal op het standpunt der interpersonele vergelijking van waarde-eenheden te stellen, terwijl toch aangetoond werd dat NASH en RAIFFA een meer algemeen standpunt innamen met evenveel ethische toepassingsmogelijkheden ;
3. door, in de Engelse traditie, te veel de affiniteiten tussen utilitarisme en speltheorie en niet de even werkelijke affiniteiten tussen KANT en de speltheorie te onderlijnen ;
4. maar vooral door niet in te zien dat het in de eerste plaats de theorie van de spelen met  $n$  spelers is, die het eigenlijk formeel model van de ethische toestand bieden zal. Het is immers hier dat de typisch *morele triade overtreder, rechter en aanklager* haar plaats vindt . (p. 30-21).

Persoonlijk menen we dus in deze argumenten enkele redenen te zien om alle metingen in de speltheorie als problematisch te beschouwen.

#### 11.2. *Overzicht van de Kritiek op diverse Preference-theorieën vanuit experimentele tests.*

##### 11.2.1. *Het meten van nuttigheid in tests.*

Een belangrijke test is die van MOSTELLER & NOGEE (1951). Het was hun bedoeling de waarde na te gaan van de VON NEUMANN-MORGENSTERN axiomatisatie. De alternatieven bestonden uit het winnen of verliezen van kleine hoeveelheden geld, samen met probabiliteitscombinaties van zulke uitkomsten.

Beide auteurs MOSTELLER & NOGEE resumeren hun besluiten als volgt (1951, p. 403) :

- a. Het is mogelijk de nuttigheid experimenteel te meten.

- b. De pogingen van de proefpersonen om de beoogde nuttigheid te maximaliseren is niet onredelijk.
- c. Op basis van empirische kurven is het mogelijk uitspraken te doen over het toekomstig gedrag van de proefpersonen in situaties die risico bevatten.

*Bespreking :*

In volgende bladzijden zullen deze opvattingen gerelativeerd en aan kritiek onderworpen worden.

11.2.2. *Nadelen van het doorelkaarweven van Probabiliteiten en Values.*

Deze kritiek slaat in de eerste plaats op DAVIDSON, MCKINSEY & SUPPES (1955).

1. De toepasbaarheid van Definities 2 en 3 is *beperkt* tot speciale gevallen, nl. die waaromtrent onzekerheid heerst. Het is niet duidelijk of ze kunnen toegepast worden op situaties die geen onzekerheid in zich bergen.

2. Het zou natuurlijker zijn *een scheiding* door te voeren tussen de Values en de Probabiliteiten. Men zou moeten de relatieve graad van Value vooraf kunnen bepalen. Slechts nadien kan men ze eventueel wijzigen door probabilistische uitspraken.

3. Men zou moeten een middel bedenken om de Value die men toekent aan *de faktor risico* af te zonderen van de Values die op de alternatieven betrekking hebben. Men kan zich immers een situatie indenken waarin de Preference voor het risico van grotere relevantie is dan de Preference voor de Values der alternatieven.

4. De vraag dient gesteld *welk soort probabilliteit* hier bedoeld wordt. Het is immers best mogelijk dat de betrokken persoon onwetend is over het bestaan van probabilliteitswetten ofwel dat hij, tegen alle probabilliteiten in, er vast van overtuigd is dat zijn kansen voor alternatief a veel groter zijn dan voor b, « omdat a overeenkomt met zijn geluksgetal ».

Enkele vragen dringen zich hier op :

- a. Is het mogelijk de Preference experimenteel te scheiden van de subjectieve of psychologische probabilliteit?

Een theoretische grondslag hiertoe werd ontworpen in <sup>(69)</sup>; de experimentele resultaten vindt men in <sup>(70)</sup>.

(69) DAVIDSON, D. & SUPPES, P. Finistic rational choice structures. Stanford value theory project. Report n° 3. March 1955.

70) DAVIDSON, D., SIEGEL, S. & SUPPES, P. Some experiments and related theory on the measurement of utility and subjective probability. Stanford value theory project. Report n° 4. — Mai 1955.

- b. Kan men uit het feit dat iemands *psychologische probabiliteiten* identiek zijn aan de mathematische of objektieve, een geldig besluit trekken omtrent de rationaliteit van diens Preference?

Immers, de definities bevatten de termen RPR (rationele preference ranking) en RPP (rationeel preference patroon). Op basis van welk criterium kan men tot rationaliteit concluderen?

5. Men kan zich nog steeds afvragen of de definities niet veeleer betrekking hebben op de mathematische functies relevant voor de factoren « *geld* » of « *aantal uren arbeid* », functies die misschien helemaal geen uitstaans hebben met de karakteristieken van de Preference.

### 11.2.3. *Algemene Kritiek vanuit het voortgezet experimenteel onderzoek* (71).

1. De inzet is te eenvoudig; geld is deelbaar; proeven moeten gedaan worden met ondeelbare alternatieven. (DAVIDSON, SUPPES en SIEGEL (1957).
2. Het alternatief « spelen of niet spelen » biedt geen volkomen tegenstelling: « spelen » levert risico op, « niet-spelen » niet. (idem).
3. Subjektieve en objektieve probabiliteiten moeten gescheiden worden. (idem).
4. Analoge testen kunnen opgesteld worden die aantonen dat het minimum van de utiliteitsfunctie niet uniek is. (idem).
5. Het model zelf moet noodzakelijkerwijze leiden tot uitkomsten met zeer eenvoudige waarden, wat psychologisch onrealistisch is. (idem).
6. DAVIDSON, SUPPES en SIEGEL ontwierpen tests die vrij zouden zijn van bovenvermelde fouten. DE GROOT (1963) toonde evenwel aan dat deze testen geen grotere waarde hadden dan de vorige.
7. Een aantal auteurs hebben gepoogd aan te tonen dat modellen die subjektieve probabilmiteit en nuttigheid samen behandelen, onmogelijk geldige resultaten kunnen opleveren. (EDWARDS, 1954, a, b, c).
8. Sommige auteurs poogden een model te ontwerpen voor risico (an ideal level of risk). (PRUITT, 1962).
9. BLOCK & MARSCHAK (in: OLDIN e.a. 1960, p. 122) citeren eenvoudige economische gevallen waarin kleine wijzigingen in één komponent een wijziging meebrengen in keuzeprobabiliteiten gaande van 1/2 tot 1 en bovendien zeer diskontinu.

Deze diskontinuiteiten vormen een ernstig probleem om de Preferences semantisch te interpreteren.

### 10. *Een « Impossibility-theorem ».*

Als men vraagt *het minst geprefereerde* element te kiezen uit Y, dan kan aangetoond worden dat hieraan geen exacte empirische interpretatie

(71) Voor deze kritiek: zie ook LUCE & SUPPES, *passim.*, pp. 306-309. (afk. L. & S.).



kan gegeven worden. BLOCK & MARSCHAK verwerpen op grond hiervan het strikt nuttigheidsmodel. (L. & S. pp. 356-358).

#### 11. *Kritiek op Random expected utility.*

Bij deze modellen geven LUCE & SUPPES volgende commentaar : « At the moment, however, all such generalizations are really quite IDLE, because NEXT TO NOTHING IS KNOWN ABOUT ANY OF THESE MODELS, let alone their generalisations ». (L. & S. p. 361).

#### 11.2.4. *Specifieke Kritiek op Tests betreffende Probabilistische Modellen.*

Dit soort Preference-testen is niet uitgebreid en niet bijzonder conclusief. Men weet niet goed hoe de experimenten te ontwerpen en het is helemaal niet zeker dat we weten hoe ze moeten geanalyseerd worden.

1. Volgens EDWARDS (1961, a) zijn soms 500 « trials » nodig om de menselijke responses te stabiliseren onder experimentele voorwaarden. Bovendien worden hierdoor geheugeneffekten geïntroduceerd, iets dat door geen enkele theorie wordt voorzien. Vandaar dat sommigen voorstellen dat elke testsituatie slechts ééns zou voorkomen, wat het testen van een probabilistische theorie bijna onmogelijk maakt.
2. Een ander punt van discussie is : in hoever mag of moet de testpersoon op de hoogte zijn van het probabiliteitsschema uit de test in kwestie.

Uit het voorgaande volgt bovendien dat de karige resultaten onderling moeilijk te vergelijken zijn. (L. & S. pp. 377-401, passim).

#### 11.2.5. *De Vraag naar de Preference voor Preference-theorieën.*

Zoals voor choice-theorieën het geval is, zo kan men zich ook de vragen stellen naar de Preference voor Preference-theorieën.

ABELSON (1964, p. 258) zegt dat er negen verschillende choice-theorieën zijn : THURSTONE (1945), COOMBS (1958), LUCE (1959), RESTLE (1961), AUDLEY (1960), BLOCK & MARSCHAK (1960), ESTES (1961), MORRISON (1962), SIEGEL (1959) en SIEGEL & McMICHAEL (1960).

Een belangrijk punt van discussie heeft betrekking op de graad van transitiviteit, vooral dan stochastische transitiviteit. (pp. 259-263).

Aan de basis van deze moeilijkheden ligt « the FALSE OPTIMISM that subjective probability can be characterized quantitatively without regard to the psychological properties of such a concept ». (p. 264).

ABELSON <sup>(72)</sup> suggereert dat mathematische formuleringen slechts bruikbaar zijn « if they draw their assumptions from psychological insights RATHER THAN AXIOMATIC AESTHETICS ». (p. 265).

(72) ABELSON, R. P. The choice of choice-theories. in : MESSICK, S. Y BRAYFIELD, A. (Eds.) Decision and choice. New-York, Mc Graw-Hill, 1964. pp. 257-266.

*Bespreking van deze kritiek :*

Deze kritiek geeft ons nogmaals redenen om aan te nemen dat de wiskundige karakteristieken niet fundamenteel eigen zijn aan de Preference zelf maar aan de aangewende modellen. In deze zin gaan ook volgende citaten :

« It is *less clear* that preferences are algebraic when the outcomes are different in kind, for example, a pony versus a bicycle ». (L. & S. p. 367).

« It appears that such criticism... are... objections to all our current preference theories. They suggest that we CANNOT HOPE TO BE COMPLETELY SUCCESSFUL in dealing with *preferences* UNTIL WE INCLUDE SOME MATHEMATICAL STRUCTURE OVER THE SET OF OUTCOMES ». (L. & S. p. 337).

Om deze argumenten nog meer kracht bij te zetten zullen we de opvattingen van Strange Ross uiteenzetten.

*Resumerend* kan men zeggen dat ook hier nog geen enkele natuurlijke groep van transformaties is gevonden die voldoening schenkt om psychologische metingen vast te leggen strenger dan ordinale schalen en zwakker dan intervalschalen. De besproken metingen hebben bijgevolg een problematisch karakter.

11.3. *De logische fundering van psychologische metingen en**Kritiek op alle Preference-metingen van het additief type.*

We volgen hier het standpunt van Strange Ross <sup>(73)</sup>.

Dit werk omvat drie delen :

1. een filosofie van fysische metingen. (pp. 29-71).
2. een filosofie van psychologische metingen. (pp. 72-123).
3. kritische beschouwingen over de filosofie van het meten van S. S. STEVENS. (pp. 124-142).

*Belang :*

De opvattingen van STEVENS waren het uitgangspunt van de meeste auteurs die in verband met PREFERENCE het METEN doorvoeren. De kritiek die Ross hiertegen formuleert is van die aard dat hij geldt voor al de door ons geciteerde auteurs die voor PREFERENCE een meting hebben aanvaard van het additief type.

De kritiek van Ross valt in het nadeel uit van DAVIDSON, MCKINSEY, SUPPES en MARTIN, en in het voordeel van VON WRIGHT <sup>(74)</sup> en van ARROW

(73) Ross, S. *Logical foundations of psychological measurement*. Copenhagen, Munksgaard, 1964. pp. 152.

(74) VON WRIGHT, G. *The logic of preference*. Op. cit., 1963.

die de meting volkomen afwijzen. We noteren uit Ross slechts dat wat rechtstreeks PREFERENCE en METING aanbelangen.

### 11.3.1. Een filosofie van fysische metingen.

Een theorie bestaat uit een C (calculus) en een semantisch systeem. De syntaktische regels van C onderscheiden een bepaalde klasse van tekenreeksen of formules die de eigenschap hebben dat ze kunnen omgezet worden in ware oordelen indien de theorie waar is.

*The concept of SERIES.*

In deze ordening zijn de Relaties (R) *antisymmetrisch* (Ras), *transitief* (Rt) en *connected* (Rc). (pp. 31-35).

$$\begin{aligned} \text{Ras} &\equiv (x) (y) (xRy \supset \sim yRx) \\ \text{Rt} &\equiv (x) (y) (z) ((xRy \cdot yRz) \supset xRz) \\ \text{Rc} &\equiv (x) (y) (xRy \vee yRx) \end{aligned}$$

*De Calculus of weak order :*

Bevat buiten voornoemde relaties nog de « relation of equality » met kenmerken : symmetrie en transitiviteit.

*Het semantisch systeem.*

Het semantisch systeem wordt op de gebruikelijke wijze geformuleerd :

Pa : a heeft de eigenschap P

Px : symboliseert de vorm van al deze oordelen die zeggen dat een variabele de eigenschap P heeft.

$\hat{x}(Px)$  : de klasse van de x-en die allen de eigenschap P hebben.

Deze nieuwe tekens breiden de oorspronkelijke Calculus uit. Aldus wordt een Calculus of Addition (CA) gevormd. Hij leent zich tot het invoeren van de gebruikelijke wiskundige symbolen in de syntaktische taal. Door de logische notaties te vervangen door woorden komt men tot volgende lijst van axioma's. Ze vormen een onafhankelijk systeem (p. 51) zoals door TARSKI (75) werd aangetoond.

A02 For any x and any y, if  $x < y$ , then we don't have  $y < x$

AA1 For any x and any y, if  $x < y$ , then there exists at least one z such that  $x < z$  and  $z < y$ .

AA2 For any class K and any class L of numbers, if these classes satisfy the condition that for any x belonging to K and any y belonging to L, we have  $x < y$ , then there exists at least one z such that, for

(75) TARSKI, A. Introduction to logic. New York, Oxford Univ. Press, 1941.

any  $x$  and any  $y$ , if  $x$  belongs to  $K$  and  $y$  belongs to  $L$  and  $x \neq z$  and  $y \neq z$ , then we have  $x < z$  and  $z < y$  (TARSKI, 1941).

N.B. : Dit continuïteitsaxioma is een voorwaarde om irrationele getallen in te voeren.

AA3 For any  $x, x', y, y', z, z'$ , if  $x = x'$  and  $y = y'$  and  $z = z'$ , then we have

$$x + (y + z) = (x' + z') + y'$$

AA4 For any  $x$  and any  $y$  there exists at least one  $z$  such that  $x = y + z$

AA5 For any  $x, y, z, t$ , if  $x + z < y + t$ , then  $x < y$  or  $z < t$

AA6 There exists at least one class of numbers containing the number 1, that is, the number 1 is an element (exists).

AA7  $1 < 1 + 1$

ALA4 For any  $x$  and any  $y$ , if  $y < x$ , then there exists at least one  $z$  such that  $x = y + z$

ALA8 For any  $x$  and any  $y$  and any  $z$ , if  $x = y$ , then  $x < y + z$ .

*Bespreking : Eventuele bruikbaarheid voor Preference.*

We zien in deze axioma's een zekere bruikbaarheid als model voor Preference-ordeningen met numerieke metingen.

Immers iedere PRF-orde wijst een bepaalde plaats toe aan een variabele. AA7 laat het invoeren toe van natuurlijke getallen.

Het volstaat dat men een « Atomic-Value » aanvaardt die als eenheid fungeert. In die zin kunnen de axioma's een interpretatie krijgen zoals in een gedeelte van de theorie van BENTHAM.

Het is tegen metingen van dit additief type dat Strange Ross zich zal verzetten.

### 11.3.2. *Filosofie van Psychologische Metingen.*

Een psychologische meet-theorie is een psychologische theorie waarvan de Calculus  $C$  isomorf is ofwel aan de  $C$  van weak order ofwel aan de  $CA$  (Calculus of addition). Het is de bedoeling een niet-vervalsbare interpretatie te vinden. Voor psychologische fenomenen is dit een fundamentele moeilijkheid.

Immers, volgens AS2 :

als  $a$  lichter is dan  $b$ , dan is het niet zo dat  $b$  lichter is dan  $a$ .

Welnu, het kan best gebeuren dat de proefpersoon nu eens aangeeft dat  $a$  lichter is dan  $b$ , en dan weer dat  $b$  lichter is dan  $a$ .

Unieke en stabiele relaties kunnen echter geleverd worden door stochastische Calculi. (Ross, pp. 72-75).

De psychologische observaties gedurende de experimenten leveren de gegevens voor de verlangde unieke of stabiele relaties. Bedoelde experi-

menten laten de psycholoog volkomen vrij in het testen en beschrijven van om het even welk aspect van het subject. (pp. 74-80).

*Een Stochastische theorie.*

Ross ontwikkelt een eigen stochastische theorie. Aan de mogelijkheid dat elke mogelijke uitkomst van een experiment zich voordoet wordt de probabiliteit 1 toegekend. Als probabiliteiten worden reële getallen gebruikt tussen en inbegrepen 0 en 1.

Als met dezelfde personen hetzelfde experiment herhaald wordt en als dezelfde resultaten bekomen worden, dan kan men de uitslagen van deze verschillende experimenten combineren. Men spreekt dan van een « combined stochastic theory ». (pp. 80-89).

*Specifieke stochastische theorieën.*

Ross formuleert twee groepen van specifieke theorieën :

— de ene beoogt het meten van stimuli. (pp. 90-99).

— de andere beoogt het meten van de subjecten. (pp. 99-119).

*Het meten van stimuli.*

Hier is het de bedoeling een « weak order » op te stellen aan de hand van probabiliteiten die volkomen onafhankelijk zijn van de subjecten van het experiment.

*Het meten van subjecten.*

De theorie heeft metingen op het oog zoals gebruikelijk zijn bij INTELLIGENTIE-TESTS. Het meten van een individu komt neer op het ordenen van de resultaten t.o.v. de *resultaten van een GROEP*. « ... on the basis of the relations underlying an order of this kind, we may lay down on ORDINAL concept of INTELLIGENCE for the subjects » (p. 107).

*Het meten van subjecten in een theorie van het additieve type.*

Met een theorie van het additieve type worden de axioma's van TARSKI (1941) bedoeld zoals we die opgenomen hebben onder A02, AA1-AA7, ALA4, ALA8.

Nu blijkt dat de taak, « ... which appears RELATIVELY SIMPLE in its THEORETICAL FORMULATION, proves VERY DIFFICULT to solve in PRACTICE ». (p. 114).

Een concreet voorbeeld zal dit duidelijk maken. Als intelligentie-testen afgenomen zijn van een reeks individuen, dan vereist de theorie een interpretatie voor een uitdrukking van de vorm (tf A tg). « One possibility might be to extend our experiments to include situations in which two SUBJECTS (tf) and (tg) ATTEMPT JOINTLY TO SOLVE THE PROBLEMS PRESENTED ». (p. 114).

Nochtans, zelfs indien deze mogelijkheid technisch te realiseren ware, dan nog zou niet voldaan zijn aan alle axioma's en stellingen uit de theorie.

*Het valt dus te betwijfelen* of theorieën van psychologisch meten van een ordinaal type, kunnen uitgebreid worden tot theorieën van een *additief type*. (= meten van individuen, niet van stimuli). (p. 114-119).

### 11.3.3. *Kritiek op de filosofie van het meten van S. S. STEVENS.* (pp. 124-140).

De bespreking heeft betrekking op drie werken van STEVENS. <sup>(76)</sup> <sup>(77)</sup> <sup>(78)</sup>. We beperken ons tot wat relevant is voor psychologische meting.

Ross analyseert het onderscheid tussen INTERVAL SCALE en RATIO SCALE zoals het door STEVENS wordt opgevat.

Als voorbeeld van Interval-schalen geeft men : temperatuurschalen, uitgedrukt in graden Celcius en Fahrenheit. Als Ratio-schalen neemt men : lengte en gewicht. Het is gebruikelijk dit onderscheid te handhaven om volgende redenen : Interval-schalen worden aangewend voor INTENSIEVE dimensies (bv. warmte), terwijl Ratio-schalen aangewend worden voor EXTENSIEVE dimensies. (bv. lengte).

Welnu, de kritiek van Ross maakt het volgende duidelijk :

1. STEVENS handelt arbitrair wanneer hij beweert dat « absolute-temperatuurschalen », uitgedrukt in Kelvin-graden, Ratio-schalen zijn.  
*Reden* : verwarring tussen intensieve en extensieve dimensie. (p. 131).
2. Hieruit is bewezen dat STEVENS een louter descriptieve klassifikatie heeft gemaakt « but has contributed NO PHILOSOPHY OF MEASUREMENT ». (p. 132).
3. De bewerkingen die mogelijk zijn met de schalen leveren NIET DE MINSTE INFORMATIE op over eigenschappen van het te meten SUBJECT. (p. 131-136). Het heeft evenmin zin een getal toe te schrijven aan volgende verhouding : de Greenwichtijd gedeeld door de atmosferische druk op dat ogenblik. (p. 136).

Men kan moeilijk volhouden dat in al deze gevallen sprake zou zijn van « meting ». *Er is niets gemeten van zodra het cijfer geen zinvolle interpretatie kan hebben.*

4. STEVENS ontwikkelt *feitelijk* een SUBJEKTIEVE Psychologie wat voor Ross onaanvaardbaar is, en wat niet interpreteerbaar is met de zopas door Ross geleverde theorie.

(76) STEVENS, S. S. On the theory of scales of measurement. Science, CIII, 677-680. 1946.

(77) STEVENS, S. S. Mathematics, measurement and psychophysics. in : STEVENS, S. S. (Ed.) Handbook of experimental psychology. New York, Wiley, 1951.

(78) STEVENS, S. S. in CHURCHMAN, C. & RATOOSH, P. (Eds.) Measurement ; definitions and theories. New York, Wiley, 1959.

De argumentatie berust op het volgende : Bij STEVENS moet het subject zijn eigen *gevoelens* en *gewaarwordingen observeren, beschrijven, « meten »* (!) en aan de experimenter het resultaat mededelen van deze introspectieve observatie. (pp. 138-140).

De opvatting van STEVENS impliceert een PSYCHOLOGISCHE META-TAAL. Voor ROSS geldt daarentegen het volgende : « ... the kind of psychological measurement we describe is not limited in its application to subjects mastering the language of the experimenter, and, in particular, the number system ». (p. 141).

We kunnen als besluit volkomen de woorden van PIAGET onderschrijven : « La psychologie philosophique est particulièrement malmenée, car elle compte simplement sur sa propre honnêteté et sur sa virtuosité, comme si la sincérité et le talent permettaient d'éviter les erreurs systématiques ». (1965).

Merken we hier nog op dat we langs een autonome weg gekomen waren tot opvattingen analoog aan die van ROSS, door de analyse van de BLOCKING COALITIONS.

## 12. DE « LOGIC OF CHANGE » ALS MODEL VOOR EEN PREFERENCE-THEORIE WAARIN NUMERIEKE METINGEN GEEN PLAATS VINDEN.

### 12.1. *De basisprincipes van* VON WRIGHT.

We geven hier een overzicht van het systeem volgens VON WRIGHT. (79).

In deze logika worden de symbolen  $p, q, r, \dots$  beschouwd als schematische voorstellingen van zinnen die toestandbeschrijvingen weergeven. De uitdrukkingen worden als volgt gelezen :

$pPq$	d.w.z. : de toestand $p$ wordt geprefereerd boven de toestand $q$ .
$(p \ \& \ q)P\sim r$	d.w.z. : de toestand $p$ en $q$ wordt geprefereerd boven de toestand niet $r$ .
$\sim(pPq) \rightarrow (p \ \& \ q)P\sim r$	d.w.z. : als het niet zó is dat $p$ geprefereerd wordt boven $q$ , dan is het zó dat $p$ en $q$ geprefereerd worden boven niet $r$ .

Deze logika van de Preference berust op vijf basisprincipes (pp. 21-40) die uiteenvallen in twee groepen. Tot de eerste groep behoren de twee principes die betrekking hebben op de formele eigenschappen van de Preference-relatie : de antisymmetrie en de transitiviteit.

(79) VON WRIGHT, G. H. *The logic of preference*. Edingburgh, University Press, 1963.

*Principe 1* : ANTISYMMETRIE :

$$(pPq) \rightarrow \sim(qPp)$$

*Principe 2* : TRANSITIVITEIT :

$$(pPq) \& (qPr) \rightarrow (pPr)$$

De drie principes van de tweede groep maken het mogelijk een gegeven P-uitdrukking om te vormen in een standaard-vorm waarop de beslissings-techniek kan toegepast worden :

*Principe 3* : VERBAND MET « THE LOGIC OF CHANGE » :

$$(pPq) = (p \& \sim q) P (\sim p \& q)$$

*Principe 4* : DISTRIBUTIVITEIT :

$$\begin{aligned} (p \vee q) P (r \vee s) = \\ ((p \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& r) \\ \& (p \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& s) \\ \& (q \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& r) \\ \& (q \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& s)) \end{aligned}$$

*Principe 5* : UNCONDITIONAL PREFERENCE :

$$\begin{aligned} (pPq) = (p \& r) P (q \& r) \\ \& (p \& \sim r) P (q \& \sim r) \end{aligned}$$

## 12.2. De Bewijsvoering.

De bewijsvoering van de eerste twee principes is eenvoudig. De betekenis en de argumentatie die aan de basis ligt van de laatste drie principes kan als volgt geresumeerd worden :

*Principe 3* :  $(pPq) = (p \& \sim q) P (\sim p \& q)$

Beschouwen we twee toestandsbeschrijvingen p en q. In dit logisch heelal met twee elementen kunnen zich slechts volgende vier mogelijkheden voordoen (p. 24 e.v.) :

$$\begin{aligned} p \& q \\ p \& \sim q \\ \sim p \& q \\ \sim p \& \sim q \end{aligned}$$

m.a.w. : ofwel doen beide zich voor, ofwel één van beide, ofwel geen van beide.

1. Indien p & q en indien iemand p Prefereert boven q dan betekent dit dat hij liever p wil behouden en q verliezen dan p verliezen en q behouden. Hij verkiest dus een wijziging naar p &  $\sim$ q boven een wijziging naar  $\sim$ p & q.



*Besluit :*

Uit  $p \& q$  volgt :

$$pPq = (p \& \sim q) P (\sim p \& q)$$

2. Nemen we aan dat  $p \& \sim q$  zich voordoet.

Indien iemand  $p$  Prefereert boven  $q$  betekent dit, in dit geval, dat hij liever de toestand  $(p \& \sim q)$  ongewijzigd ziet.

*Besluit :*

Uit  $p \& \sim q$  volgt hetzelfde als in het voorgaande :

$$pPq = (p \& \sim q) P (\sim p \& q)$$

3. Nemen we aan dat  $\sim p \& q$  zich voordoet. De uitdrukking  $pPq$  betekent dan dat men de wijziging verkiest van  $\sim p$  naar  $p$  en van  $q$  naar  $\sim q$  boven het ongewijzigd blijven van elk der beide termen.

*Besluit :* idem.

4. Nemen we aan dat  $\sim p \& \sim q$  zich voordoet. De uitdrukking  $pPq$  betekent dan dat men liever  $p$  zou hebben en zonder  $q$  blijven, dan  $q$  te hebben zonder  $p$ . Men heeft dus liever de wijziging van  $\sim p \& \sim q$  naar  $p \& \sim q$  dan de wijziging van  $\sim p \& \sim q$  naar  $\sim p \& q$ .

*Besluit :* idem.

*Algemeen Besluit bij Principe 3 :*

Uit de vier mogelijke toestandsbeschrijvingen van  $p$  en  $q$  volgt telkens bij  $pPq$  eenzelfde uitspraak. Voor alle mogelijkheden geldt dus :

$$pPq = (p \& \sim q) P (\sim p \& q)$$

« Thus, in all four cases, to say that a subject prefers  $p$  to  $q$  is tantamount to saying that he prefers  $(p \& \sim q)$  to  $(\sim p \& q)$  as end-states of contemplated possible changes in his present situation. (whatever that be) » (p. 25).

*Principe 4* omschrijft de regels voor de *distributiviteit* als volgt : « Disjunctive preferences are conjunctively distributive ». (p. 26).

De bewijsvoering is tweeledig :

1.  $(p \vee q) Pr = ((p \vee q) \& \sim r) P (\sim p \& \sim q \& r)$   
 $= ((p \& q \& \sim r) \vee (p \& \sim q \& \sim r) \vee (\sim p \& q \& \sim r)) P$   
 $(\sim p \& \sim q \& r)$   
 door toepassing van Principe 3.  
 $= (p \& q \& \sim r) P (\sim p \& \sim q \& r)$

$\& (p \& \sim q \& \sim r) P (\sim p \& \sim q \& r)$   
 $\& (\sim p \& q \& \sim r) P (\sim p \& \sim q \& r)$   
 eveneens door toepassing van Principe 3.

2.  $p P (q \vee r) = (p \& \sim q \& \sim r) P (q \vee r)$

De bewijsvoering verloopt analoog aan de vorige. Uiteindelijk wordt het *Principe 4* als volgt neergeschreven :

$(p \vee q) P (r \vee s) =$   
 $((p \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& r)$   
 $\& (p \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& s)$   
 $\& (q \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& r)$   
 $\& (q \& \sim r \& \sim s) P (\sim p \& \sim q \& s)$

*Principe 5* : UNCONDITIONAL PREFERENCE.

$(pPq) = (p \& r) P (q \& r)$   
 $\& (p \& \sim r) P (q \& \sim r)$

De Preference wordt niet beïnvloed door een andere toestand ( $r$ ), ook niet wanneer deze zich niet voordoet ( $\sim r$ ).

### 12.3. De omvormingsregels.

Drie regels laten toe de Preference-uitdrukkingen om te vormen tot kernen zodat alle uitdrukkingen uiteindelijk een eenvormige structuur krijgen. Deze regels hebben betrekking tot :

1. de conjunctie.
- t. de distributie.
3. de amplificatie. (pp. 36-40).

#### 1. CONJUNCTIE-regel :

$(p \& q) P (\sim r) = (p \& q \& r) P (\sim r \& \sim(p \& q))$   
 $(p \& q) P (\sim r) = (p \& q \& r) P ((\sim p \& q \& \sim r) \vee (p \& \sim q \& \sim r) \vee (\sim p \& \sim q \& \sim r))$

#### 2. DISTRIBUTIVITEITS-regel :

Laatstgenoemde uitdrukking wordt :

$(p \& q \& r) P (p \& \sim q \& \sim r)$   
 $\& (p \& q \& r) P (\sim p \& q \& \sim r)$   
 $\& (p \& q \& r) P (\sim p \& \sim q \& \sim r)$

3. AMPLIFICATIE-regel :

Deze regel laat toe een nieuwe variabele in te voeren (s).

De uitdrukking

$$(p \ \& \ q \ \& \ r) \ P \ (p \ \& \ \sim q \ \& \ \sim r)$$

wordt vervangen door

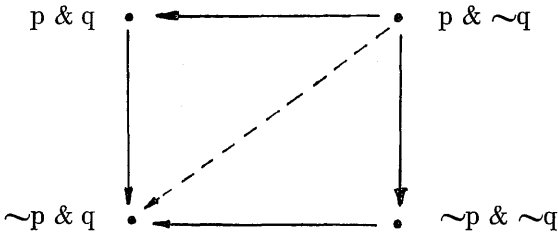
$$\begin{aligned} &((p \ \& \ q \ \& \ r \ \& \ s) \ P \ (p \ \& \ \sim q \ \& \ \sim r \ \& \ s)) \\ &\& \ (p \ \& \ q \ \& \ r \ \& \ \sim s) \ P \ (p \ \& \ \sim q \ \& \ \sim r \ \& \ \sim s)) \end{aligned}$$

Door middel van de vijf basisformules en de drie transformatieregels kan men voor een gegeven P-uitdrukking beslissen of ze een tautologie is van een P-kern of niet. In het eerste geval is de uitdrukking geldig, in het tweede niet.

12.4. DE PIJLFIGUREN.

De pijlfiguren laten toe na te gaan of de P-uitdrukkingen, nadat ze in normaalvormen werden omgezet, consistent zijn.

De streeplijn-pijlen duiden de transitiviteit aan.



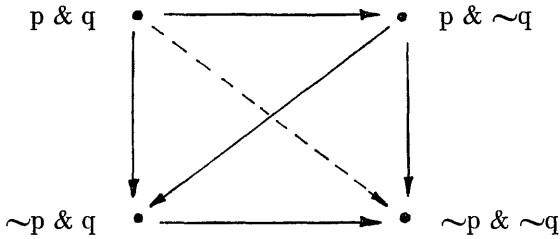
Deze pijlfiguur illustreert volgende formule :

$$\begin{aligned} &((p \ \& \ \sim q) \ P \ (p \ \& \ q)) \\ &\& \ (p \ \& \ q) \ P \ (\sim p \ \& \ q) \\ &\& \ (p \ \& \ \sim q) \ P \ (\sim p \ \& \ \sim q) \\ &\& \ (\sim p \ \& \ \sim q) \ P \ (\sim p \ \& \ q)) \end{aligned}$$

DRIE STELLINGEN MET PIJLFIGUREN (pp. 50-51).

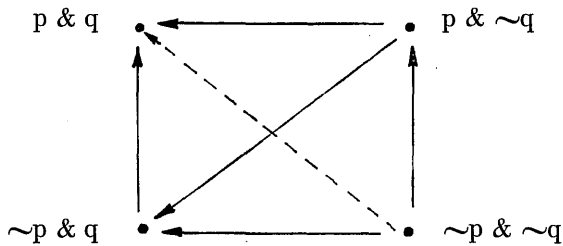
*Stelling 1:* « Van twee goede toestanden kan de ene beter (slechter) zijn dan de andere ».

$$(p \ P \ \sim p) \ \& \ (q \ P \ \sim q) \ \& \ (p \ P \ q)$$

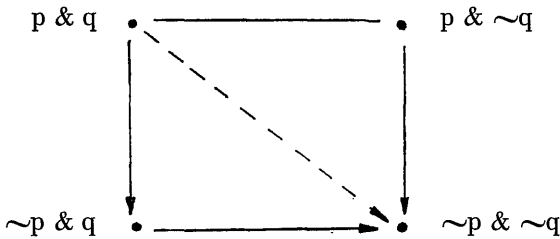


*Stelling 2*: « Van twee slechte toestanden kan de ene slechter (beter) zijn dan de andere ».

$$(\sim p P q) \ \& \ (\sim q P q) \ \& \ (p P q)$$



*Stelling 3*: « Het is beter dat van twee goede toestanden beide aanwezig zijn dan dat slechts één van beide aanwezig is of beide afwezig zijn ».



12.5. INDIFFERENCE en ZERO-VALUE (pp. 52-58).

Onderscheid wordt gemaakt tussen twee soorten Indifference :

1. *Indifference op zichzelf* :

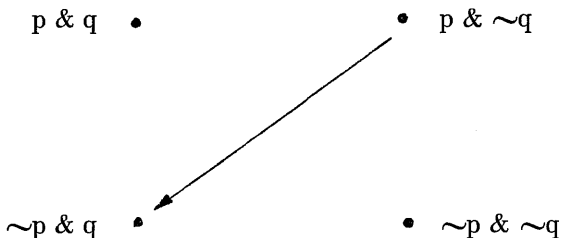
$$(p \text{ is Indifferent op zichzelf}) = \sim(p P \sim p) \ \& \ \sim(\sim p P p) = (p I \sim p)$$

2. *Indifference onderling* :

$$(p \text{ en } q \text{ zijn onderling Indifferent}) = \sim(p P q) \ \& \ \sim(q P p) = (p I q)$$

De relatie tussen beide soorten Indifference wordt uitgedrukt door volgende stelling :

*Stelling*: « Het is mogelijk voor twee toestandsbeschrijvingen die op zichzelf Indifferent zijn, dat de ene geprefereerd wordt boven de andere ».



De pijl in de diagonaal wijst op  $pPq$ . Immers :

$$(p P q) = (p \ \& \ \sim q) P (\sim p \ \& \ q)$$

Het ontbreken van de andere pijlen duidt op het feit dat zowel  $p$  als  $q$  op zichzelf indifferent zijn. In feite is dit een bepaling van *Zwakke Indifference*, *Weak Indifference*. Immers, de uitdrukking  $\sim(p P q)$  betekent dat, *onder bepaalde omstandigheden* ( $r$ ), de toestand  $(p \ \& \ \sim q)$  niet geprefereerd wordt boven  $(\sim p \ \& \ q)$ .

*Voorbeeld*: Als  $(p \ \& \ \sim q \ \& \ r)$  geprefereerd wordt boven  $(\sim p \ \& \ q \ \& \ r)$  maar als  $(p \ \& \ \sim q \ \& \ \sim r)$  *niet* geprefereerd wordt boven  $(\sim p \ \& \ q \ \& \ \sim r)$ , dan is  $p$  NIET ONVOORWAARDELIJK geprefereerd boven  $q$ .

De uitdrukking

$$(p I q) = \sim(p P q) \ \& \ \sim(q P p)$$

is dus een bepaling van *Zwakke Indifference*. Ze betekent dat onder bepaalde omstandigheden de toestand  $(p \ \& \ \sim q)$  *niet* geprefereerd is boven de toestand  $(\sim p \ \& \ q)$  en dat, eventueel onder andere omstandigheden, de toestand  $(\sim p \ \& \ q)$  *niet* geprefereerd is boven  $(p \ \& \ \sim q)$ .

**STRONG INDIFFERENCE = (VALUE)-EQUALITY.**

« Indifference onder alle omstandigheden » wordt als volgt bepaald :

Dat de toestand  $p$  *waarde-gelijk* is aan de toestand  $q$  zal betekenen dat onder geen omstandigheid de toestand  $(p \ \& \ \sim q)$  geprefereerd wordt boven de toestand  $(\sim p \ \& \ q)$  en vice versa.

**ZERO-VALUE** (p. 57).

Als een toestandsbeschrijving en haar contradictorische toestandsbeschrijving *Waarde-gelijk* (value-equal) zijn, dan zullen we zeggen dat die toestandsbeschrijving en haar contradictorische toestandsbeschrijving *Zero-waarde* hebben.

Uit de definities volgt dat *Zero-waarde* hebben *strenger* is dan *Indifferent-op-zichzelf* zijn.

#### 12.6. THE LOGIC OF VALUE-EQUALITY (pp. 58-61).

Voor de relatie Value-equality (=Strong Indifference) wordt het symbool E ingevoerd.

De relatie E is symmetrisch en transitief. Verder is alles wat geldig is voor P-uitdrukkingen eveneens geldig voor E-uitdrukkingen. Bedoeld worden de bewerkingen met betrekking tot « conjunctie », « distributiviteit » en « amplifikatie ».

De volgende vijf formules zijn dus E-tautologieën :

SYMMETRIE :

$$(p E q) \rightarrow (q E p)$$

TRANSITIVITEIT :

$$(p E q) \& (q E r) \rightarrow (p E r)$$

VERBAND MET THE LOGIC OF CHANGE :

$$(p E q) = (p \& \sim q) E (\sim p \& q)$$

DISTRIBUTIVITEIT :

$$\begin{aligned} (p \vee q) E (r \vee s) = & ((p \& \sim r \& \sim s) E (\sim p \& \sim q \& r) \\ & \& (p \& \sim r \& \sim s) E (\sim p \& \sim q \& s) \\ & \& (p \& \sim r \& \sim s) E (\sim p \& \sim q \& r) \\ & \& (p \& \sim r \& \sim s) E (\sim p \& \sim q \& s)) \end{aligned}$$

UNCONDITIONAL EQUALITY :

$$\begin{aligned} (p E q) = & ((p \& r) E (q \& r) \\ & \& (p \& \sim r) E (q \& \sim r)) \end{aligned}$$

*Stelling* : « States of value zero are value-equal ».

$$(p E \sim p) \& (q E \sim q) \rightarrow (p E q)$$

#### 12.7. THE LOGIC OF PREFERENCE and VALUE-EQUALITY (pp. 61-68).

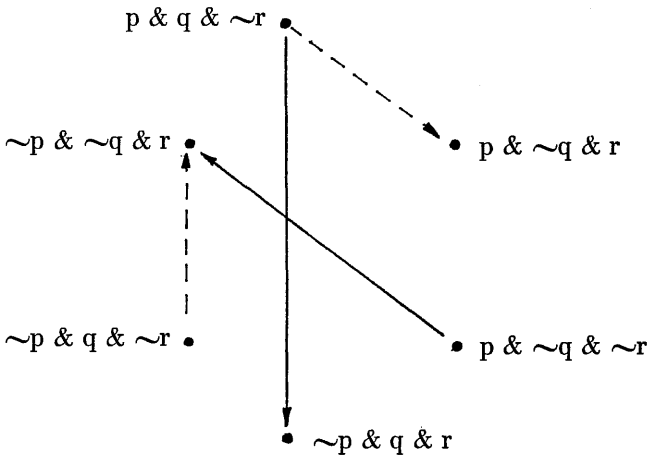
Dit deel handelt over « gemengde » uitdrukkingen, nl. die waarin de relaties P en E tegelijk voorkomen.

Als enig voorbeeld van EP-tautologie wordt aangevoerd :

*Stelling* :

$$(p E q) \& (p P r) \rightarrow (q P r)$$

De pijlfiguur heeft een enigszins andere vorm :



De volle-lijnpijlen duiden de richting van de Preference aan. Twee paren van EP-kernen zijn Waarde-gelijk. Ze bevinden zich waar twee pijlen toekomen of waar twee pijlen naar één punt vertrekken. De streep-lijnpijlen duiden de onrechtstreekse transitiviteit aan.

12.8. *Bespreking van von WRIGHT's Preference-theorie.*

1. Evenals (T) (= Transformation) in de Logic of Change zo is ook (P) in deze Logic of Preference een VORM van NEGATIE. Als dusdanig moet het mogelijk zijn beide opnieuw om te zetten in IMPLIKATIES, wat dan wellicht alle klassieke bezwaren aan het licht zou brengen. Immers, von WRIGHT heeft precies zijn Logic of Change ontworpen om de problemen te ontwijken die in de deontische logika verband houden met de interpretatie van de implikatie.

2. *De methode en de techniek van von WRIGHT.*

Deze methode verdoezelt, naar ons oordeel, te veel de faktor ACCEPTANCE. Het eerste wat nochtans gebeurt is het accepteren van de variabelen p, q, r,...

Nadien volgt een eigenlijke EVALUATIE ervan: men schrijft p of de negatie van p.

Ten slotte volgt dan de PREFERENCE-relatie. Uit het voorgaande zou men nochtans kunnen afleiden dat P grotendeels overbodig is. Immers, p of niet p dragen reeds de karakteristieke Value-betekenis.

3. *Veel aspecten van de Preference komen hier niet aan bod.*

De « Pure Preference » van von WRIGHT is wel zeer logisch, algemeen, mooi, enz. maar tevens ongenueanceerd. Dit komt tot uiting door het

ontbreken van volgende aspecten : tijd, subject, gronden voor Preference, probabiliteit, meetbaarheid, risico, e. a. Bovendien is de transitiviteit volkomen en een wijziging in de preferentie-schaal kan niet geformuleerd worden.

Deze ontbrekende factoren zijn, naar het oordeel van VON WRIGHT, vreemd aan de logika. Ze horen thuis in een CHOICE-theorie en in een ANTHROPOLOGIE die nog moet ontworpen worden.

### 13. TWEE ONTWERPEN OM PREFERENCE EN OUGHT MET ELKAAR TE VERENIGEN IN EENZELFDE SYSTEEM

#### 13.1. *Preference inbouwen in de deontische logika van SMILEY.*

Een eerste ontwerp zou erin kunnen bestaan een Preferenceuitdrukking in te bouwen in een deontische logika. Nemen we als uitgangspunt de zienswijze van SMILEY<sup>(80)</sup>. Hij neemt aan dat geen enkele deontische logika een universeel karakter kan hebben. Alles hangt af van de *morele code* waarvoor de stellingen geldig zijn.

Iedere deontische uitspraak moet bijgevolg een funktor bevatten die nader moet gespecificeerd worden in elk der verschillende morele stelsels.

De ongespecificeerde morele code van SMILEY wordt aangeduid door het symbool T.

*Grondstelling :*

$$OA = N(T \rightarrow A)$$

d.w.z. : het OUGHT-karakter van A volgt noodzakelijkerwijze uit de morele code T.

Indien men nu T substitueert door een geldige Preference-uitdrukking, dan bekomt men een deontische logika met ingebouwde Preference-theorie.

#### 13.2. *OUGHT inbouwen in een Preference-systeem aan de hand van de Logic of Change.*

Een tweede ontwerp zou omgekeerd te werk gaan : de OUGHT-uitdrukkingen inbouwen in een Preference-systeem. Onder de talrijke mogelijkheden nemen we hier de meest voor de hand liggende : de vereniging van de stellingen uit de Logic of Preference met de OUGHT-stellingen uit « Norm and Action ». Beiden gaan uit van de Logic of Change en zijn bovendien ontworpen door VON WRIGHT<sup>(81)</sup>.

(80) SMILEY, T. The logical basis of ethics. Acta philosophica fennica, XVI, 1963. pp. 237-246.

(81) VON WRIGHT, G. H. Norm and Action. London, Routledge & Kegan Paul, 1963.



Het zou dan mogelijk zijn volgende *types* van stellingen neer te schrijven :

T = transformation

P = preference

$$1. \quad [(pTp) P (qTq)] \rightarrow \sim[(qTq) P (pTp)]$$

m.a.w. :

Als de transformatie van p naar q geprefereerd wordt boven de transformatie van q naar p dan is het niet zo dat... etc.

$$2. \quad [(pTp) P (pT \sim p)] \rightarrow \sim[(pT \sim p) P (pTp)]$$

(formulering analoog aan voorgaande).

$$3. \quad d = \text{to do}$$

f = forbearance

$$\{[d(pTp)] P [f(pTp)]\} \rightarrow \sim\{[f(pTp)] P [d(pTp)]\}$$

$$4. \quad Od = \text{Ought + to do, Obligation to do.}$$

Of = Ought + forbearance.

$$\{[Od(pTp)] P [Of(pTp)]\} \rightarrow \sim\{[Of(pTp)] P [Od(pTp)]\}$$

*Bespreking :*

De stellingen die aldus geformuleerd worden zouden behoren tot het volgend algemeen type : « Een uitspraak is normatief omdat ze als zodanig geprefereerd wordt ». Zoals voorheen de Values, zo worden nu de normen ongenueanceerd door de Preference-relatie geconstitueerd.

*Dankwoord :* Ik wens hier in het bijzonder mijn dank te betuigen voor Prof. Dr. Leo Apostel van wie ik de nodige leiding en konstruktieve kritiek heb gekregen. Indien er in deze tekst enige wijsheid ligt, dan komt alle verdienste aan hem toe.

Heel in het bijzonder dank ik tevens Prof. Dr. E. Vermeersch, Prof. Dr. J. Kruithof, Dr. F. Vandamme en Drs. A. Phalet die me voortdurend hebben aangemoedigd en geholpen door hun suggesties en hun wenken.

Hendrik VAN DE ROSTYNE

## INHOUDSTAFEL

BATENS Diderik, Some proposals for the solution of the Carnap-Popper discussion on 'inductive logic'	5
ISSMAN S., L'Implication Logique et la Dédution Naturelle	27
BOULLART Karel, De Wijsbegeerte van de Metafilosofie	47
VANDAMME F., Is transformational grammar a contribution to the theory of innate ideas?	93
VAN DE ROSTYNE Hendrik, Preference en Metingen voor Preference	109

